HÁSKÓLI ÍSLANDS

Reikniverkefni VI

Sævar Öfjörð Magnússon

21. nóvember 2005

Kafli 4.6 AM mótun og CTFT

Í þessu verkefni höfum við einfalt styrkmótunarkerfi (e. Amplitude Modulation, AM) fyrir Morse sendingu sem er lýst með

$$x(t) = m_1(t)\cos(2\pi f_1 t) + m_2(t)\sin(2\pi f_2 t) + m_3(t)\sin(2\pi f_1 t),$$

þar sem $m_i(t)$ er bylgjuform skilaboðanna og f_1 og f_2 eru mótunartíðnir. Við fáum merki á þessu formi í skránni `ctftmod.mat`. Í henni eru annars vegar `x` sem inniheldur merkið, tímavigur `t`, tíðnigildi `f1` og `f2`, merkin `dash` og `dot` sem tákna samsvarandi morstákn og lághleypisíu í vigrunum `af` og `bf`. Vitað er að $m_1(t)$, $m_2(t)$ og $m_3(t)$ eru einstakir stafir í Morse stafrófinu sem sjá má á töflu (1):

A	·—	H	· · ··	O	— — —	V	· · ·
B	— · · ·	I	··	P	· — —·	W	· — —
C	— · — · —	J	· — ——	Q	— — ·—	X	— · ·—
D	— · ·—	K	— · —	R	· — ·	Y	— · ——
E	·	L	· — ··	S	· · ·	Z	— — ··
F	·· - ·	M	——	T	—		
G	— — ·	N	—·	U	· · —		

Tafla 1: Morse stafrófið.

Basic Problems

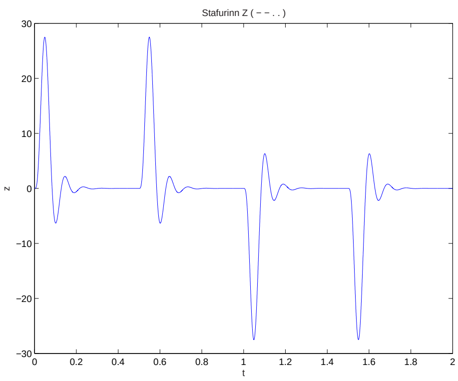
Liður (a)

Dæmi

Fyrst eigum við að nota merkin `dot` og `dash` til þess að búa til merki sem táknar stafinn 'Z' í Morse stafrófinu, og teikna það sem fall af `t`.

Lausn

Sjá viðaukann *Matlab kóðar* fyrir nánari lausn. Á mynd (1) má sjá grafið sem ég fékk:



Mynd 1: Stafurinn Z (- - . .)

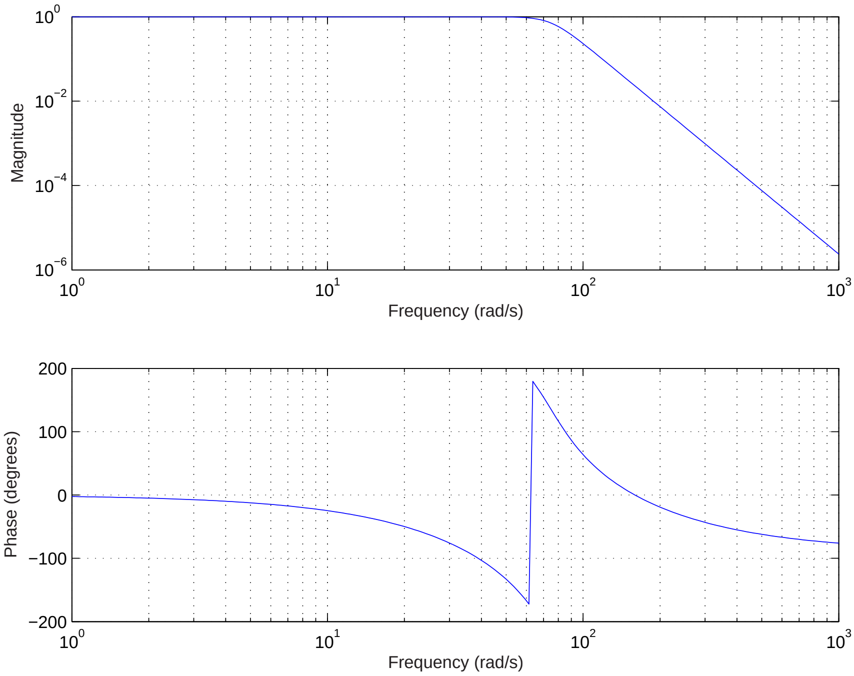
Liður (b)

Dæmi

Eigum að teikna tíðnisvörun lághleypisíunnar með `freqs(bf,af)`.

Lausn

Sjá viðaukann *Matlab kóðar* fyrir nánari lausn. Tíðnisvörunin er á mynd (2).



Mynd 2: Tíðnisvörun lághleypisíunnar.

Liður (c)

Dæmi

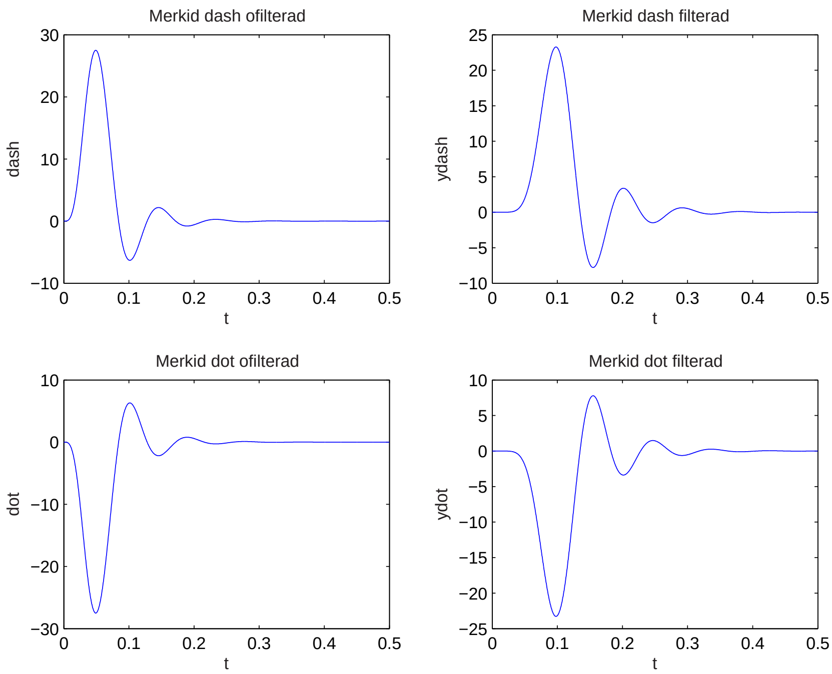
Merkin `dot` og `dash` eru samsett úr lágum tíðniþáttum þannig að Fouriervarpanir þeirra liggi nokkurn veginn innan bandbreiddar lághleypisíunnar. Sýnum þetta með því að sía bæði merkin með:

```
>>ydash=lsim(bf,af,dash,t(1:length(dash)));
>>ydot=lsim(bf,af,dot,t(1:length(dot)));
```

Teiknum svo `ydash` og `ydot` ásamt `dash` og `dot`.

Lausn

Sjá viðaukann *Matlab kóðar* fyrir nánari lausn. Á mynd (3) sést að þegar merkin eru síuð eru þau sköluð aðeins niður og fasinn breytist einnig örlítið, þ.e. síuðu merkin hliðrast á tímaásnum.



Mynd 3: Merkin *dot* og *dash*, síuð og ósíuð.

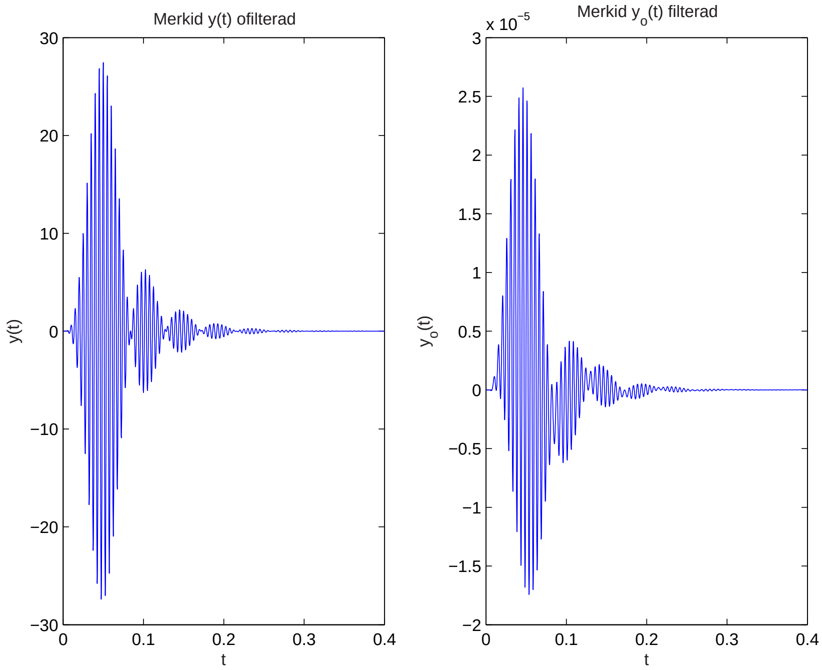
Liður (d)

Dæmi

Þegar `dash` er mótað með $\cos(2\pi f_1 t)$ fer mest af orkunni í Fourier vörpuninni út fyrir bandbreidd síunnar. Við eigum að búa til merkið $y(t)$ með `y=dash.*cos(2*pi*f1*t(1:length(dash)))` og teikna það. Teiknum einnig `yo=lsim(bf,af,y,t)`. Var hægt að búast við niðurstöðunni?

Lausn

Sjá viðaukann *Matlab kóðar* fyrir nánari lausn. Eins og við sjáum á mynd (4) hefur merkið orðið að nánast engu við að fara í gegnum lághleypisíuna. Þetta er í samræmi við væntingar.



Mynd 4: Merkið *dash* mótað með cos bylgju (til vinstri) og sama merki eftir að hafa farið gegnum lághleypisíuna (til hægri).

Intermediate Problems

Liður (e)

Dæmi

Eigum að finna með greiningu Fouriervörpun á merkjunum

(1) $m(t)\cos(2\pi f_1 t)\cos(2\pi f_1 t)$,

(2) $m(t)\cos(2\pi f_1 t)\sin(2\pi f_1 t)$ og

(3) $m(t)\cos(2\pi f_1 t)\sin(2\pi f_2 t)$

sem föll af $M(j\omega)$, Fouriervörpun $m(t)$.

Lausn

Við vitum að

$$\cos(2\pi f_0 t) = \frac{1}{2}(e^{j2\pi f_0 t} + e^{-j2\pi f_0 t})$$

hefur Fouriervörpun

$$C(j\omega) = \pi[\delta(\omega - 2\pi f_0) + \delta(\omega + 2\pi f_0)].$$

Margfeldni eiginleiki tímasamfelldu Fouriervörpunarinnar gefur okkur að

$$m(t)\cos(2\pi f_0) \xrightarrow{\mathcal{F}} \frac{1}{2}M(j(\omega - 2\pi f_0)) + \frac{1}{2}M(j(\omega - 2\pi f_0)).$$

Vindum okkur þá í að finna Fouriervarpanir fyrir merkin þrjú:

(1)

$$x_1(t) = m(t)\left(\frac{1}{2}(e^{j\pi f_1 t} + e^{-j\pi f_1 t})\right)^2$$
$$= m(t)\frac{1}{4}(e^{j4\pi f_1 t} + 2 + e^{-j4\pi f_1 t})$$

þ.a.

$$X_1(j\omega) = \frac{1}{4}\left[M(j(\omega - 4\pi f_1)) + M(j(\omega + 4\pi f_1)) + 2M(j\omega)\right].$$

(2)

$$x_2(t) = m(t)\cos(2\pi f_1 t)\sin(2\pi f_1 t)$$
$$= m(t)(\frac{1}{2}\left(e^{j\pi f_1 t} + e^{-j\pi f_1 t}\right))\left(\frac{1}{2j}(e^{j\pi f_1 t} - e^{-j\pi f_1 t})\right) \quad = m(t)\frac{1}{2}\sin(4\pi f_1 t)$$

þ.a.

$$X_2(j\omega) = \left[M(j(\omega - 4\pi f_1)) - M(j(\omega + 4\pi f_1))\right].$$

(3)

$$x_3(t) = m(t)\cos(2\pi f_1 t)\sin(2\pi f_2 t)$$
$$= \frac{1}{4j}m(t)\left[e^{j2\pi t(f_1+f_2)} - e^{j2\pi t(f_1-f_2)} + e^{j2\pi t(f_2-f_1)} - e^{-j2\pi t(f_1+f_2)}\right]$$

þ.a.

$$X_3(j\omega) = \frac{1}{4j}(M(j(\omega - 2\pi(f_1+f_2))) - M(j(\omega - 2\pi(f_1 - f_2)))$$
$$+ M(j(\omega - 2\pi(f_2 - f_1))) - M(j(\omega + 2\pi(f_1+f_2))))$$

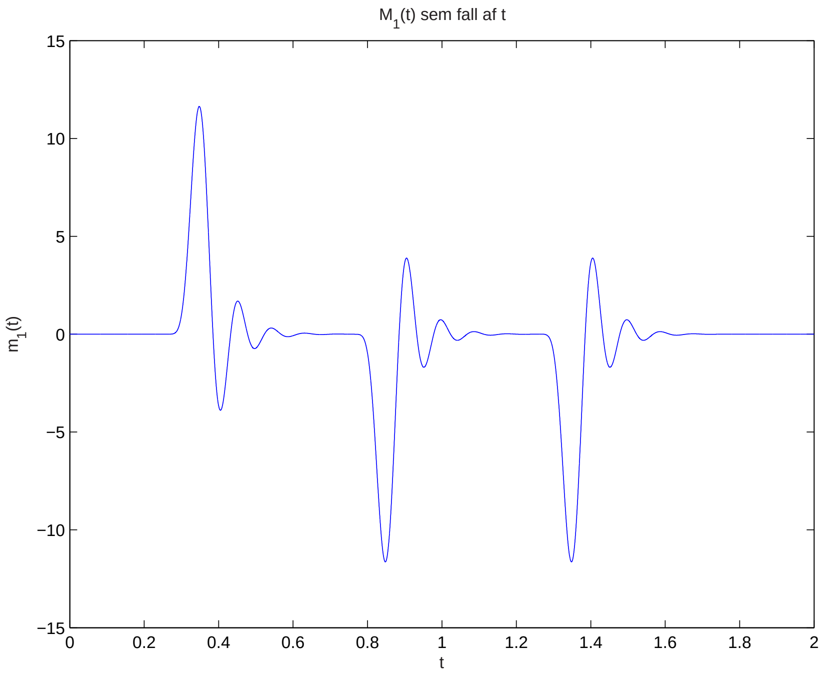
Liður (f)

Dæmi

Með því að nota niðurstöðurnar úr (e)-lið og með því að skoða tíðnisvörun síunnar úr (b)-lið ættum við að geta fundið leið til þess að ná merkinu $m_1(t)$ úr $x(t)$. Teiknum merkið $m_1(t)$ og ákvörðum hvaða stafur það er í Morse stafrófinu.

Lausn

Sjá viðaukann *Matlab kóðar* fyrir nánari lausn. Við sjáum að $X_1(t)$ inniheldur magnaða útgáfu af óhliðruðu $M(j\omega)$ ásamt hliðruðum útgáfum þess. Ef við myndum skella þannig merki gegnum lághleypisíuna ættum við bara að sjá óhliðruðu tíðniþættina, þ.e. $M(j\omega)$. Þetta þýðir að við getum margfaldað í gegnum $x(t)$ með $\cos(2\pi f_0 t)$ til þess að fá $\cos^2$ sem stuðul við $m_1(t)$. Þegar við setjum það merki í gegnum síuna ætti bara $M_1(j\omega)$ að sitja eftir. Prófum að teikna $m_1(t)$:



Mynd 5: Merkið $m_1(t)$.

Þetta er í samræmi við væntingar og er greinilega stafurinn ’D’ samkvæmt töflu (1).

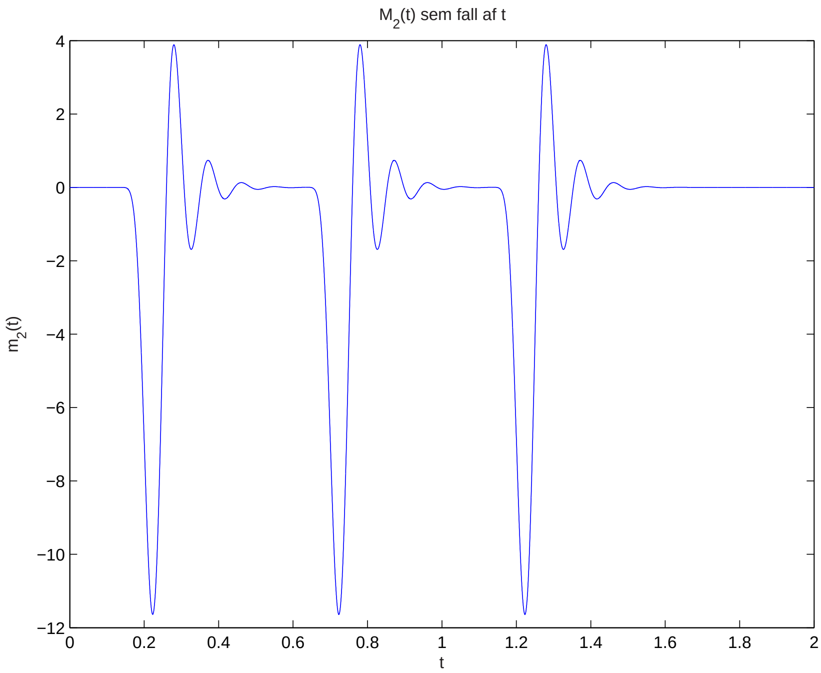
Liður (g)

Dæmi

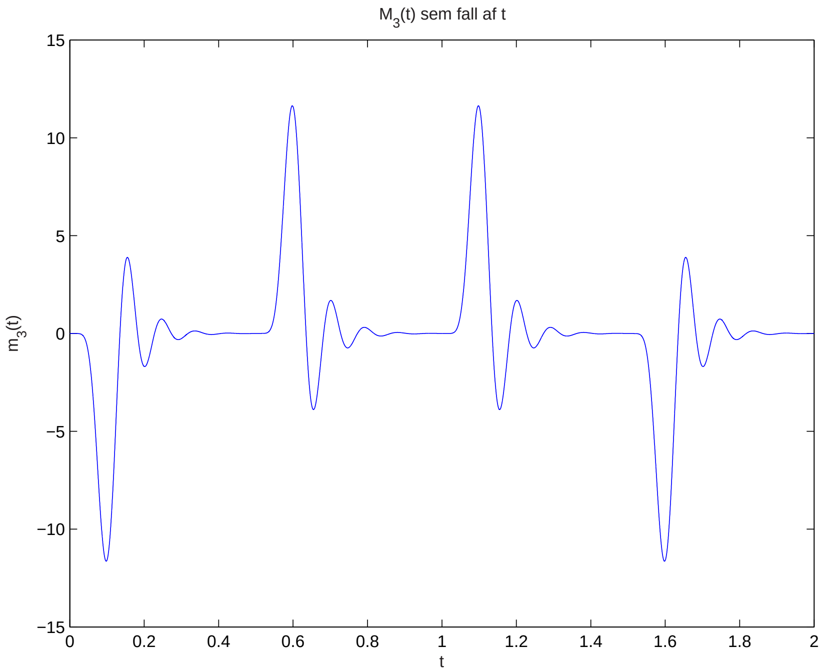
Endurtökum (f)-lið fyrir $m_2(t)$ og $m_3(t)$. Í hverju liggur framtíð tækninnar?

Lausn

Við endurtökum (f)-lið, nema við margföldum í gegn með $\sin(2\pi f_2 t)$ til þess að fá $m_2(t)$ og með $\sin(2\pi f_1 t)$ til þess að fá $m_3(t)$. Eins og sést á gröfum (6) og (7) eru næstu tveir stafir ’S’ og ’P’. Framtíð tækni liggur því í DSP eða **Digital Signal Processing**. Sjá viðaukann *Matlab kóðar* fyrir nánari lausn.



Mynd 6: Merkið $m_2(t)$



Mynd 7: Merkið $m_3(t)$

Kafli 5.2 Tónvalssímar

Basic Problems

Liður (a)

Dæmi

Eigum að búa til línuvigra `d0` til `d9` til þess að tákna allar 10 tölurnar á tónvalssíma fyrir bilið $0 \leq n \leq 999$.

Lausn

Sjá viðaukann *Matlab kóðar* fyrir nánari lausn.

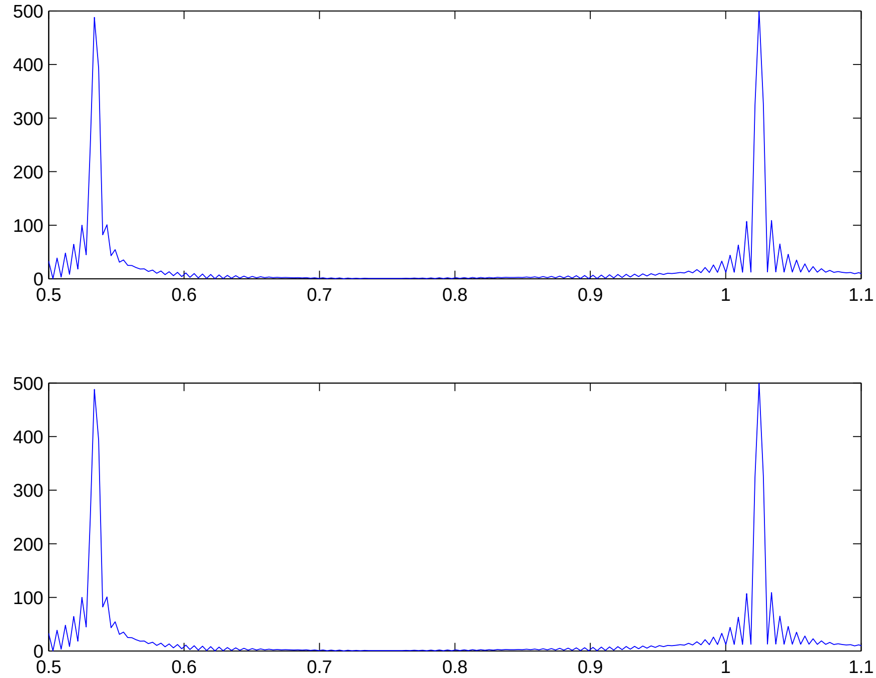
Liður (b)

Dæmi

Nota `fft` til þess að reikna N sýni af DTFT endanlegs merkis yfir tíðnir $\omega_k = 2\pi k/N$. Teiknum upp stærð varpana fyrir tvær tölur, 2 og 9, á bilinu $0.5 \leq \omega \leq 1.25$.

Lausn

Sjá viðaukann *Matlab kóðar* fyrir nánari lausn. Grafið á mynd (8) sýnir Fouriervarpanir



Mynd 8: Fouriervarpanir $d_2[n]$ (að ofan) og $d_9[n]$ (að neðan).

talnanna. Við sjáum að orka merkjanna þjappast á ákveðnar tíðnir. Þessar tíðnir samsvara tíðnunum í töflu (5.1) í Buck.

Liður (c)

Dæmi

Hér eigum við að búa til vigurinn `space` sem línuvigur með núllum til þess að tákna þögn. Búum síðan til vigurinn `phone` til þess að tákna símanúmerið okkar.

Lausn

Símanúmerið heima hjá mér er 562-5269. Ég skilgreindi vigurinn á eftirfarandi hátt:

```
phone = [d5 space d6 space d2 space d5 space d2 space d6 space d9];
```

Ég prófaði að spila hljóðið og það hljómaði eins og verið væri að hringja í tónvalssíma. Ég bætti hins vegar um betur og vistaði vigurinn sem .wav skrá. Því næst sendi ég vini mínum þessa skrá, hann spilaði hana í símtólið sitt og síminn hans hringdi heim til mín. Ég er því nokkuð öruggur um að þetta var rétt gert.

Intermediate Problems

Í þessum dæmum hlöðum við inn skránni `touch.mat` sem inniheldur m.a. vigrana `x1` og `x2`. Í hvorum vigri eru 7 1000 sýna langar tölur með 100 sýna langri þögn á milli.

Liður (d)

Dæmi

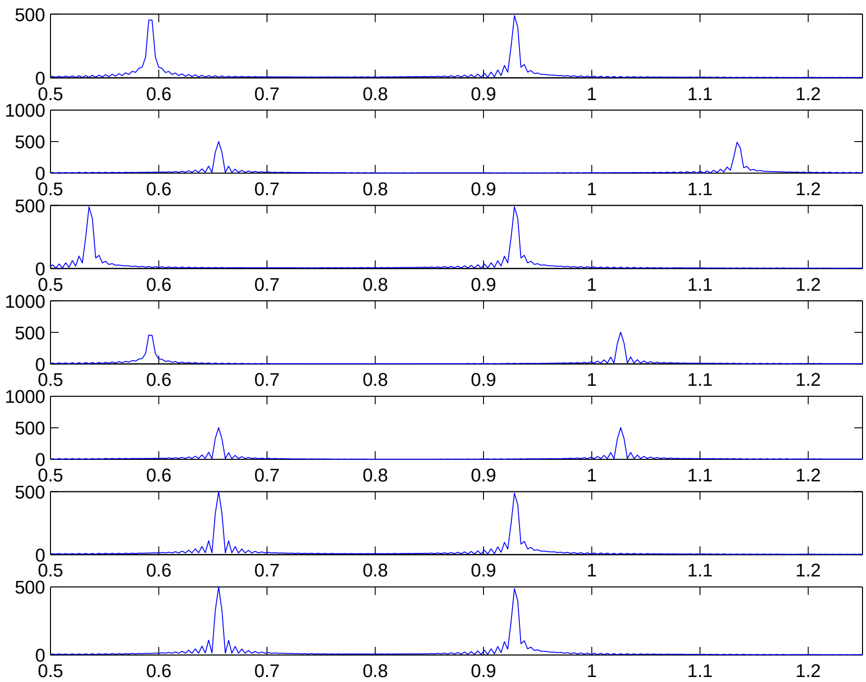
Hér þurfum við að skipta `x1` upp í 7 tölur og reikna Fouriervörpun fyrir hverja tölu. Þá getum við séð hvar orkan er mest og þannig ákvarðað hvert símanúmerið er. Þversumma þess á að vera 41.

Lausn

Sjá viðaukann *Matlab kóðar* fyrir nánari lausn. Ég skipti vigrinum upp í tölur þ.a. `x11=x1(1:1000)`, `x12=x1(1101:2100)` o.s.frv. Því næst fann ég Fouriervarpanir talnanna og teikna ég þær upp á mynd (9).

Tala nr.	1	2	3	4	5	6	7
Símanúmer	4	9	1	5	8	7	7

Símanúmerið var því 491-5877. Þversumma þess er 41 sem passar við dæmið.



Mynd 9: Merkin X_{1i} fyrir tölurnar 7 ($1 \leq i \leq 7$)

Liður (e)

Dæmi

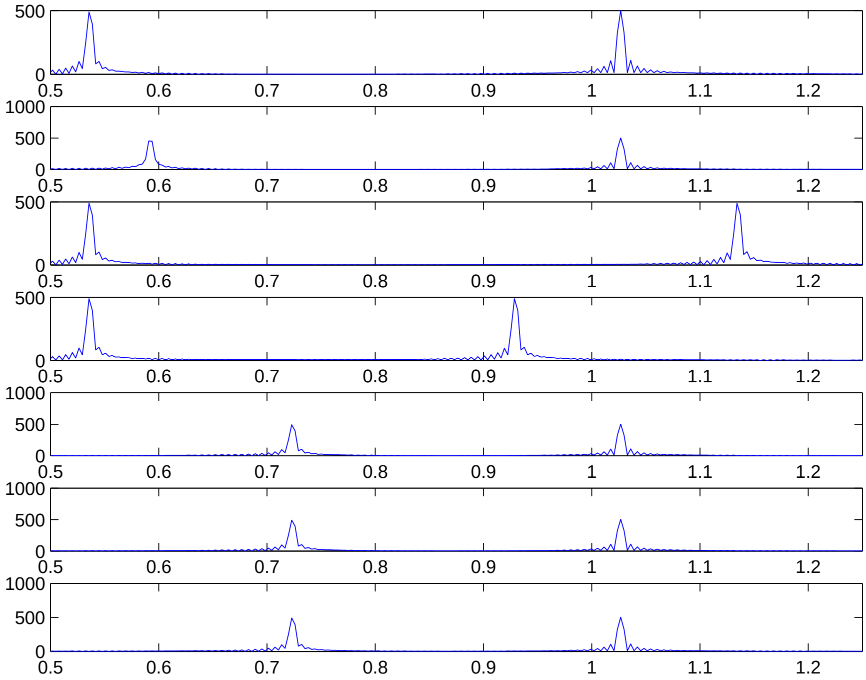
Endurtökum (d)-lið fyrir `x2` til þess að finna símanúmerið. Þversumma þess á ekki að vera 41.

Lausn

Sjá viðaukann *Matlab kóðar* fyrir nánari lausn. Hér var notuð sama aðferð og í (d)-lið. Ég notaði mynd (10) til þess að finna númerið.

Tala nr.	1	2	3	4	5	6	7
Símanúmer	2	5	3	1	0	0	0

Símanúmerið er því 253-1000. Þversumma þess er $11 \neq 41$ sem passar við dæmið.



Mynd 10: Merkin X_{2i} fyrir tölurnar 7 í $x2$ $(1 \leq i \leq 7)$

MATLAB kóðar

Kafli 4.6

```
clear all
close all

load ctftmod.mat

% a-lidur
z = [dash dash dot dot];
figure(1)
plot(t,z)
xlabel('t')
ylabel('z')
title('Stafurinn Z ( - - . . )');
print -depsc rv06_1

% b-lidur
figure(2)
freqs(bf,af);
print -depsc rv06_2

% c-lidur
ydash=lsim(bf,af,dash,t(1:length(dash)));
ydot=lsim(bf,af,dot,t(1:length(dot)));

figure(3)
subplot(2,2,1)
plot(t(1:length(dash)),dash)
title('Merkid dash ofilterad')
xlabel('t')
ylabel('dash')
subplot(2,2,2)
plot(t(1:length(ydash)),ydash)
title('Merkid dash filterad')
xlabel('t')
ylabel('ydash')
subplot(2,2,3)
plot(t(1:length(dot)),dot)
title('Merkid dot ofilterad')
xlabel('t')
ylabel('dot')
subplot(2,2,4)
plot(t(1:length(ydot)),ydot)
title('Merkid dot filterad')
xlabel('t')
ylabel('ydot')
print -depsc rv06_3
```

```
% d-lidur
y=dash.*cos(2*pi*f1*t(1:length(dash)));
yo=lsim(bf,af,y,t(1:length(y)));

figure(4)
subplot(1,2,1)
plot(t(1:length(y)),y)
xlim([0 0.4])
title('Merkid y(t) ofilterad')
xlabel('t')
ylabel('y(t)')
subplot(1,2,2)
plot(t(1:length(yo)),yo)
xlim([0 0.4])
title('Merkid y_o(t) filterad')
xlabel('t')
ylabel('y_o(t)')

print -depsc rv06_4

% f-lidur
m1=x.*cos(2*pi*f1*t);
m1=lsim(bf,af,m1,t(1:length(m1)));
figure(5)
plot(t(1:length(m1)),m1)
title('M_1(t) sem fall af t')
xlabel('t')
ylabel('m_1(t)')

print -depsc rv06_5

% g-lidur
m2=x.*sin(2*pi*f2*t);
m2=lsim(bf,af,m2,t(1:length(m2)));
figure(6)
plot(t(1:length(m2)),m2)
title('M_2(t) sem fall af t')
xlabel('t')
ylabel('m_2(t)')

print -depsc rv06_6

m3=x.*sin(2*pi*f1*t);
m3=lsim(bf,af,m3,t(1:length(m3)));

figure(7)
plot(t(1:length(m3)),m3)
title('M_3(t) sem fall af t')
xlabel('t')
ylabel('m_3(t)')
```

```
print -depsc rv06_7
```

Kafli 5.2

```
% a-lidur
% skilgreinum tolur a simanum
n=0:999;
d0=sin(0.7217.*n)+sin(1.0247.*n);
d1=sin(0.5346.*n)+sin(0.9273.*n);
d2=sin(0.5346.*n)+sin(1.0247.*n);
d3=sin(0.5346.*n)+sin(1.1328.*n);
d4=sin(0.5906.*n)+sin(0.9273.*n);
d5=sin(0.5906.*n)+sin(1.0247.*n);
d6=sin(0.5906.*n)+sin(1.1328.*n);
d7=sin(0.6535.*n)+sin(0.9273.*n);
d8=sin(0.6535.*n)+sin(1.0247.*n);
d9=sin(0.6535.*n)+sin(1.1328.*n);
% og thogn
space = zeros(1,1000);

% b-lidur
% profum ad fourier-varpa tveimur tolum
D2=abs(fft(d2,2048));
D9=abs(fft(d2,2048));
k=0:2047;
omega=2*pi*k/2048;
figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(omega,D2)
xlim([0.5 1.1])
subplot(2,1,2)
plot(omega,D9)
xlim([0.5 1.1])

print -depsc rv06_8

% c-lidur
% simanumerid 562-5269 heima hja mjer
phone = [d5 space d6 space d2 space d5 space d2 space d6 space d9];
sound(phone,8192);
% skrifa i hljodskra simanumer.wav
% wavwrite(phone,8192,'simanumer');

% d-lidur

load touch.mat
figure(2)
plot(x1)

print -depsc rv06_9
```

```
% tokum einstakar tolur ut ur numerinu
x11=x1(1:1001);
x12=x1(1101:2100);
x13=x1(2201:3200);
x14=x1(3301:4300);
x15=x1(4401:5400);
x16=x1(5501:6500);
x17=x1(6601:7600);

% fourier vorpum svo hverri tolu
X11=abs(fftshift(fft(x11,2048)));
X12=abs(fftshift(fft(x12,2048)));
X13=abs(fftshift(fft(x13,2048)));
X14=abs(fftshift(fft(x14,2048)));
X15=abs(fftshift(fft(x15,2048)));
X16=abs(fftshift(fft(x16,2048)));
X17=abs(fftshift(fft(x17,2048)));

% buum til tidnivigur a bilinu -pi:pi med 2048 stokum
omega=-pi:(2*pi/2047):pi;

% og plottum a eitt stort plott
figure(3)
subplot(7,1,1)
plot(omega,X11)
xlim([0.5 1.25])
subplot(7,1,2)
plot(omega,X12)
xlim([0.5 1.25])
subplot(7,1,3)
plot(omega,X13)
xlim([0.5 1.25])
subplot(7,1,4)
plot(omega,X14)
xlim([0.5 1.25])
subplot(7,1,5)
plot(omega,X15)
xlim([0.5 1.25])
subplot(7,1,6)
plot(omega,X16)
xlim([0.5 1.25])
subplot(7,1,7)
plot(omega,X17)
xlim([0.5 1.25])

print -depsc rv06_10

% e-lidur
```

```
% sigtum ut tolurnar,
x21=x2(1:1001);
x22=x2(1101:2100);
x23=x2(2201:3200);
x24=x2(3301:4300);
x25=x2(4401:5400);
x26=x2(5501:6500);
x27=x2(6601:7600);

% fourier-vorpum...
X21=abs(fftshift(fft(x21,2048)));
X22=abs(fftshift(fft(x22,2048)));
X23=abs(fftshift(fft(x23,2048)));
X24=abs(fftshift(fft(x24,2048)));
X25=abs(fftshift(fft(x25,2048)));
X26=abs(fftshift(fft(x26,2048)));
X27=abs(fftshift(fft(x27,2048)));

% ...og plottum:
figure(4)
subplot(7,1,1)
plot(omega,X21)
xlim([0.5 1.25])
subplot(7,1,2)
plot(omega,X22)
xlim([0.5 1.25])
subplot(7,1,3)
plot(omega,X23)
xlim([0.5 1.25])
subplot(7,1,4)
plot(omega,X24)
xlim([0.5 1.25])
subplot(7,1,5)
plot(omega,X25)
xlim([0.5 1.25])
subplot(7,1,6)
plot(omega,X26)
xlim([0.5 1.25])
subplot(7,1,7)
plot(omega,X27)
xlim([0.5 1.25])

print -depsc rv06_11
```