



**HÁSKÓLI ÍSLANDS**

# Reikniverkefni I

Endanlega stakræna  
Fourier vörpunin (DFT)

5. október 2006

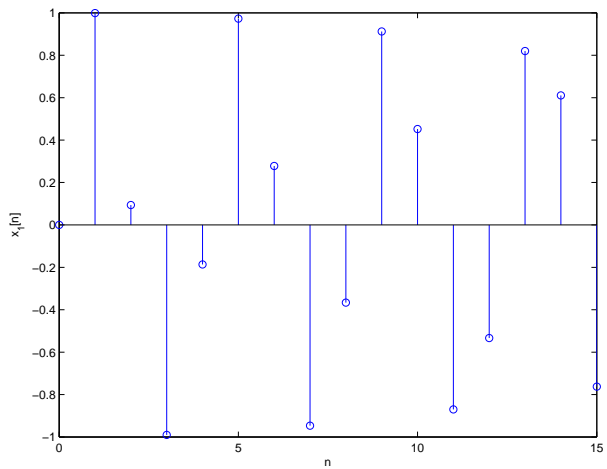
Sævar Öfjörð Magnússon



# 1 Núllfylling

## 1.1 Verkefnislýsing

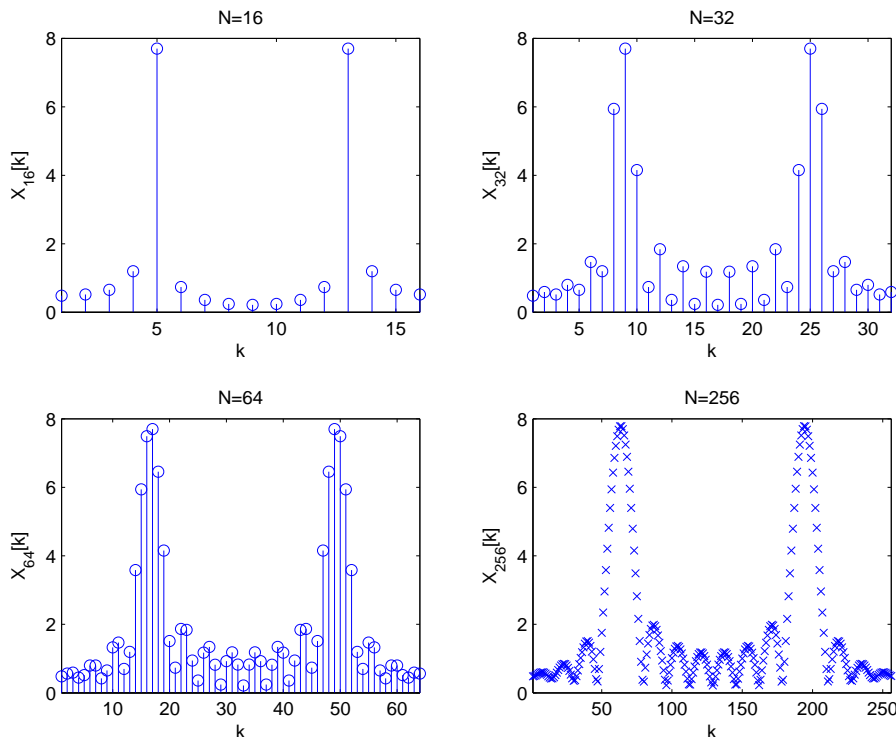
Við getum búið til langt merki með því að núllfylla annað merki. Þetta er gert sjálfkrafa í `fft` fallinu með því að tilgreina þá FFT lengd sem óskað er eftir. Við eigum að búa til merki til prófunar, 16 punkta sínusbylgju:  $x[n] = \sin \omega_0 n$ . Veljum  $\omega_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{17}}$ . Reiknum 16 punkta DFT og köllum útkomuna  $X[k]$ . Svo reiknum við DFT með 32, 64 og 256 punktum með því að núllfylla. Eigum að sýna að sömu 16 gildin og í  $X[k]$  má finna í hinum lengri vörpunum. Þetta leiðir til þess að „Núllfylling í tímarúminu gefur brúun (e. *interpolation*) í tíðnirúminu“.



Mynd 1: Merkið  $x[n] = \sin \omega_0 n$ .

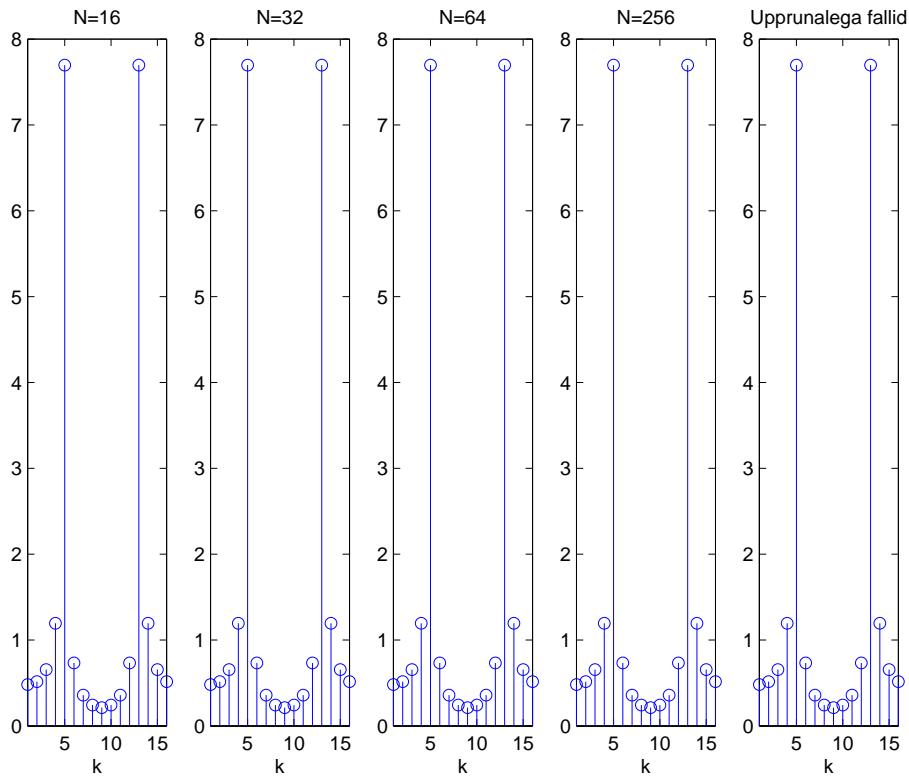
## 1.2 Lausn

Á mynd 1 má sjá merkið okkar  $x[n]$ . Á mynd 2 má svo sjá  $N$ -punkta DFT af  $x[n]$  fyrir mismunandi gildi á  $N$ .



Mynd 2:  $N$ -punkta DFT varpanir af  $x[n]$  fyrir mismunandi gildi á  $N$ .

Auðvelt er að finna upprunalegu 16 punkta vörpunina úr hinum sem teknar voru með fleiri punktum. Ég prófaði mig áfram og skrifaði fallið `extract` sem fá finna undir viðaukanum **Matlab kóðar**. Það fall var keyrt á allar varpanirnar (einnig fyrir  $N = 16$ ) á mynd 2 og má sjá útkomuna á mynd 3.



Mynd 3: Upprunalegu vörpuninni náð úr  $N$ -punkta vörpununum. Upprunalega 16-punkta vörpunin er lengst til hægri.

## 2 Núllfylling í miðju

Eitt af vandkvæðunum við núllfyllingu er að hún eyðileggur samhverfu. M.ö.o ef upprunalega merkið væri þannig að DFT þess væri raungild, myndi núllfylling valda því að DFT af núllfyllta merkinu yrði mjög sennilega einnig með þverhluta. Það er til aðferð til þess að núllfylla án þess að brjóta samhverfu - þ.e. núllfylling „í miðju“.

### 2.1 Verkefnislýsing

1. Hér eigum við að búa til jafnstætt og raungilt merki sem við notum til prufu. Þar sem þetta er auðveldast að gera þegar lengdin er oddatala, skulum við hafa lengdina  $N = 21$ . Við eigum að staðfesta að DFT þessa merkis sé eingöngu raungild og að hún sé jafnstæð.

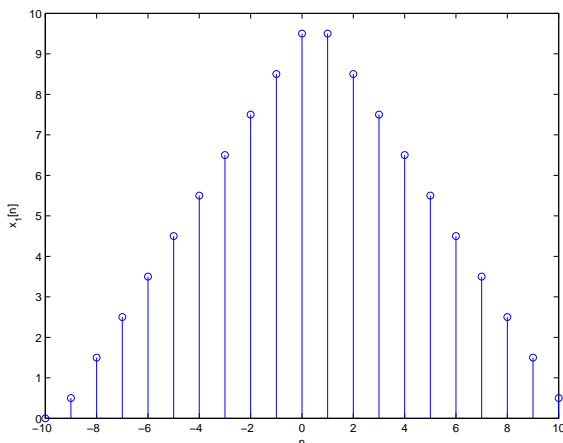
2. Nú tökum við FFT af sama merki, nema með þrefaldri lengd (þ.e.  $N = 63$ ). Staðfestum að vörpunin inniheldur að öllum líkindum þverþátt.
3. Nú búum við til annað merki sem er einnig þreföld lengd upprunalega merkisins, nema nú er núllfyllt á eftirfarandi hátt:
  - (a) Setjum fyrstu  $\frac{1}{2}(N + 1)$  stök merkisins í byrjun útmerkisins.
  - (b) Bætum  $2N$  núllum við útmerkið.
  - (c) Setjum svo síðustu  $\frac{1}{2}(N - 1)$  stökin í lok útmerkisins.

Við eigum að skrifa m-skrá sem framkvæmir þetta fyrir okkur, og staðfesta svo að samhverfa haldist með einföldum innmerkjum og DFT vörpunum þeirra. Athugum einnig hvort brúunareiginleikinn haldist.

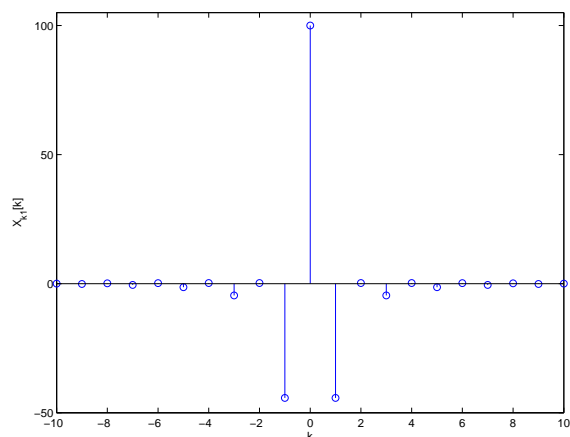
4. Nú eigum við að sýna að núllfyllingu í miðju sé hægt að framkvæma með eftirfarandi aðgerðum: Hliðrun til hægri, núllfylling og svo hliðrun til vinstri. Tilgreinum hversu mörgum stökum er hliðrað hverju sinni.
5. Að lokum skoðum við hvernig „núllfylling í miðju“ er framkvæmd þegar  $N$  er jöfn tala. Skrifum m-skrá sem tekur tillit til samhverfu þegar um er að ræða merki með jafna lengd. Erfiði hlutinn er  $x[N/2]$ . Ef merki er skipt í tvennt, er hægt að fá samhverft fall út í lokin, en munu slíkar aðferðir varðveita brúunareiginleikann?

## 2.2 Lausn

1. Merkið sem búið var til má sjá á mynd 4(a). Til þess að tryggja að það yrði örugglega „circular even“ eins og skilgreiningin krefst, notaði ég fallið `circshift` til þess að tryggja að ég væri með slíkt fall. Fallið er að finna í viðaukanum **Matlab kóðar**.



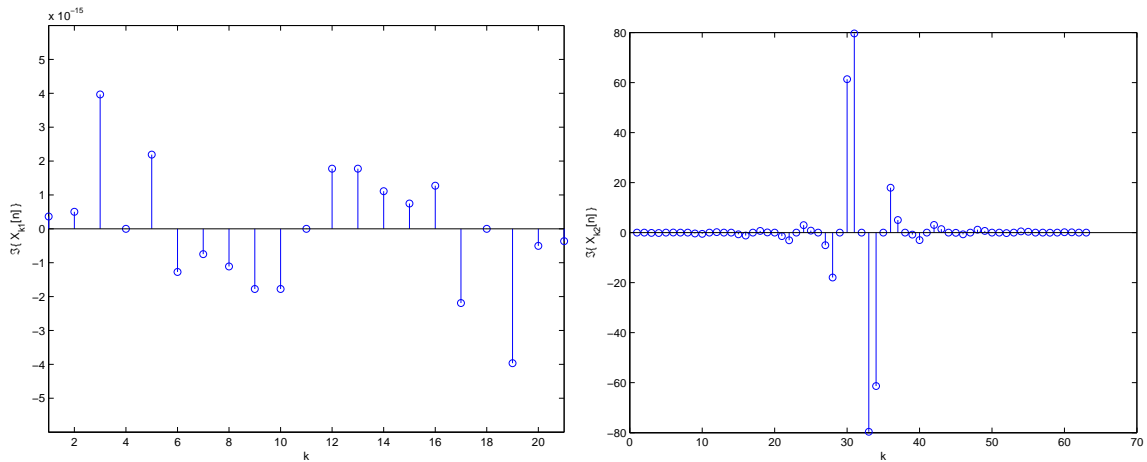
(a) Jafnstæða prufumerkið sem var búið til.



(b) DFT af prufumerkinu er einnig jafnstæð.

Mynd 4: Merkið sem notað var til að prófa samhverfueiginleika DFT.

Eins og sést á mynd 4(b) er vörpunin einnig jafnstæð. Ef við skoðum svo mynd 5(a) sjáum við að þverhluti vörpunarinnar er núll, fyrir utan örlitla rúnnunarskekkju.



(a) Þverþátturinn er greinilega enginn og vörpunin (b) Þverþáttur eftir núllfyllingu. Vörpunin er ekki því raungild. lengur raungild.

Mynd 5: Þverþáttur fyrir  $N = 21$  og  $N = 63$ .

2. Nú núllfyllum við þannig að  $N = 63$  og sjáum strax að vörpunin er ekki lengur eingöngu raungild, þverþátt hennar má sjá á mynd 5(b).
3. Hér skrifaði ég fallið `zeropaditm` sem tekur við innmerki, núllfyllir í miðju samkvæmt lýsingu hér að ofan og skilar útmerkinu núllfylltu í miðju:

---

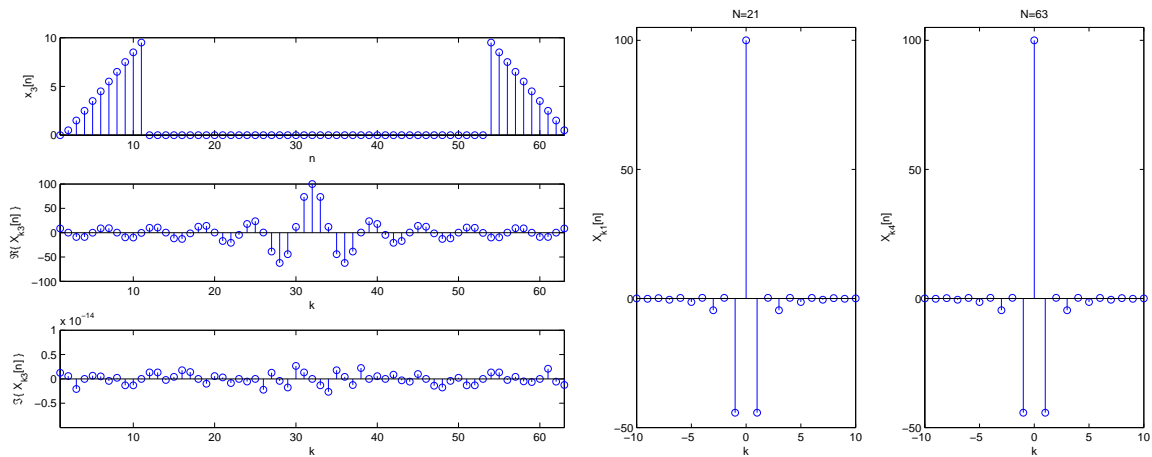
```

1 function [ Y ] = zeropaditm( X )
2 %ZEROPADITM Zero-pad in the middle
3 % a) Puts the first 0.5*(N+1) signal points of X at
4 % the beginning of Y.
5 % b) Adds 2*N zeros to the vector.
6 % c) Then tacks the last 0.5*(N-1) signal points
7 % at the end of the output.
8
9 N = length(X);
10 Y = [X(1:(N+1)/2) zeros(1,2*N) X((N+3)/2:N)];

```

---

Til prófunar var merkinu á mynd 4(a) rennt í gegnum þetta fall og má sjá útkomuna efst á mynd 6(a). Í miðjunni er DFT af núllfylltu falli, sem greinilega er jafnstæð, og neðst á sömu mynd má sjá þverhluta vörpunarinnar, sem er nánast núll, fyrir utan rúnnunarskekkju. Einnig var athugað hvort brúunareiginleikinn hefði haldist við núllfyllingu í miðju. Notað var sama fall og í fyrsta lið verkefnisins, `extract`, með smá viðbótum, til þess að ná upprunalegu 21 DFT gildinu úr 63-punkta DFT. Afraksturinn má sjá á mynd 6(b). Upprunalega DFT er vinstra megin, en sú 63-punkta er hægra megin. Greinilegt er af myndunum að þessi eiginleiki helst við núllfyllingu í miðju.



(a) Prufumerkið með  $2N$  núll í miðjunni.

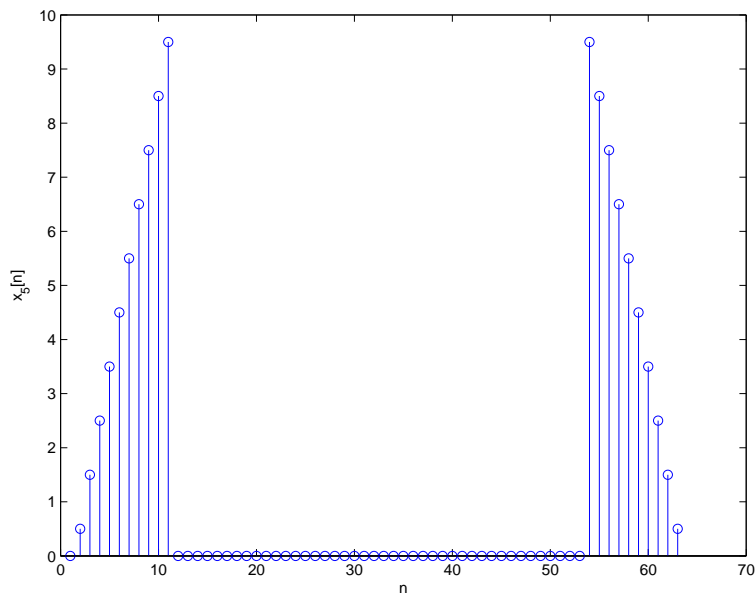
(b) Kannað hvort brúunareiginleikinn haldist við núllfyllingu í miðju.

Mynd 6: Núllfylling

4. Ég skrifaði fallið `cshift` (*circular shift*) til þess að hliðra vigrum í hringi (sjá viðauka). Í raun eru þessar þrjár aðgerðir einfaldlega svona:

```
x5=cshift(x1,(N-1)/2);
x5=[x5 zeros(1,2*N)];
x5=cshift(x5,-(2*N+(N+1)/2));
```

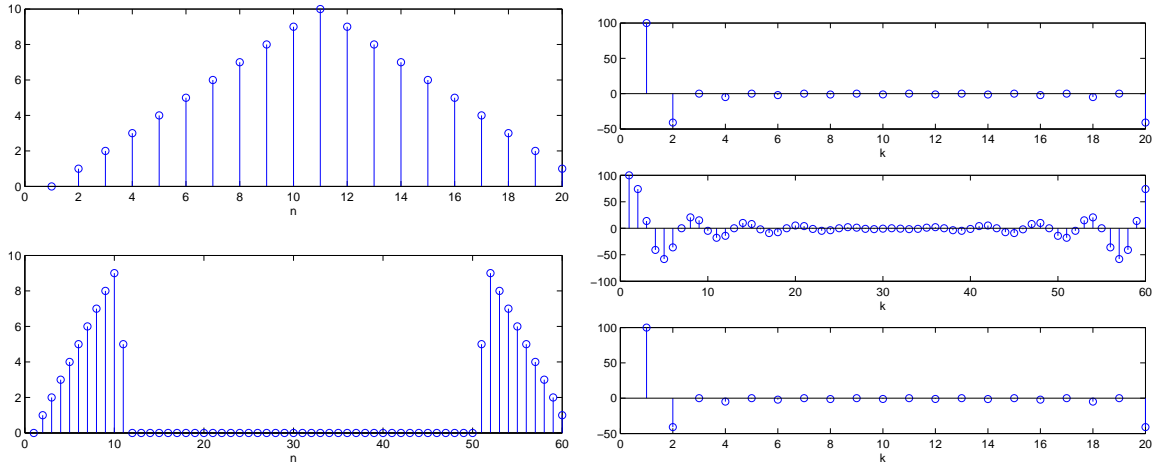
Þarna er því fyrst hliðrað um  $\frac{1}{2}(N-1)$  stak til hægri. Því næst er  $2N$  núllum bætt við, og að lokum er hliðrað um  $2N + \frac{1}{2}(N+1)$  stök til vinstri. Á mynd 7 sjáum við þar sem gamli góði þríhyrningurinn hefur verið núllfylltur með þessu móti.



Mynd 7: Merki núllfyllt með hliðrunum.

5. Hér skrifaði ég fallið `zeropaditm2` sem tekur inn merki (gert ráð fyrir að lengd þess sé jöfn tala) og núllfyllir með  $2N - 1$  núlli. Það geri ég vegna þess að ég tek stak nr.  $N/2 + 1$  og deili í það með tveimur. Annan helminginn set ég í hólf  $N/2 + 1$  í útmerkinu, en hinn helminginn í hólf  $N/2 + 2N + 1$ . Núllin koma þarna inn á milli.

Þetta sést best á mynd 8(a):



(a) Merki með jafnri lengd núllfyllt í miðju með minni aðferð. (b) Vörpun merkisins án núllfyllingar, með núllfyllingu og með núllfyllingu eftir að upprunalegu stökin voru tínd út.

Nú er að prófa hvort þetta virki eitthvað. Ég sá strax að symmetrían varðveittist og sannreynði það í MATLAB, útkoman var eingöngu raungild þegar merkinu var varpað. Ég athugaði líka hvort brúunareiginleikinn hefði varðveist, og komst að þeirri niðurstöðu að sú varð raunin.

Á mynd 8(b) má sjá vörpun upprunalega þríhyrningsins efst, vörpun núllfyllta þríhyrningsins í miðjunni, og vörpun núllfyllta þríhyrningsins sem ég notaði fallið `extract` á til að kanna hvort upprunalegu gildin væru til í vörpuninni má sjá neðst.

```

1 function [ Y ] = zeropaditm2( X )
2
3 N = length(X);
4 Y=[];
5 Y(1:N/2) = X(1:N/2);
6 Y(N/2+1) = X(N/2+1)/2;
7 Y(N/2+2:N/2+2*N) = zeros(1,2*N-1);
8 Y(N/2+2*N+1) = X(N/2+1)/2;
9 Y(N/2+2*N+2:N+2*N) = X(N/2+2:N);
10
11 %[X(1:N/2) zeros(1,2*N) X(N/2+1):N)];

```

## 3 Overlap-Add – Overlap-Save

### 3.1 Verkefnislýsing

1. **Overlap-add** aðferðin virkar þannig að hún brýtur langa innmerkið í smærri afmörkuð hlutmerki. Ef lengd hvers hlutmerkis er  $M$  og lengd impúlssvörunarinnar er  $L$ , getur hringföldun af lengd  $N > M + L - 1$  komið í veg fyrir þjögun með núllfyllingu. Nú er hins vegar hvert útmerki lengra en  $M$  og þarf því að leggja saman þá parta hlutmerkjanna sem skarast.

- (a) Kóðinn hér að neðan er tekinn úr MATLAB fallinu `fftfilt`, sem útfærsla á svipaðri aðferð. Við eigum að sýna hvar í kóðanum *overlap-add* er framkvæmt.

```
H=fft(h,Nfft);
M=Nfft-length(h)+1;           % Section Length
for ix=1:M:length(x)
    x_seg=x(ix:ix+M-1)       % segment x
    X =fft(x_seg,Nfft)       % zero pads
    Y = X.*H;
    y_seg = ifft(Y);
    y(ix:ix+Nfft-1) = y(ix:ix+Nfft-1) + y_seg(1:Nfft);
end
% check for purely Real case
if ~any(imag(h)) & ~any(imag(x))
    y = real(y);
end
```

- (b) Næst eigum við að skrifa `m` skrá sem útfærir *overlap-add* aðferðina. Eitt inntakið ætti að vera annað hvort lengd hlutmerkjanna  $M$  eða punktafjöldi FFT. Földunin ætti að vera framkvæmd í DFT rúminu. Þetta ætti að gefa okkur mikinn hraða.

- (c) Að lokum eigum við að framkvæma prófun á fallinu með því að bera útkomu úr því saman við `conv`. Notum langan vigur sem innmerki og berum keyrslutímann á *overlap-add* fallinu við keyrslutíma `conv`.

2. **Overlap-save** aðferðin notar aðra aðferð til þess að brjóta upp innmerkið. Ef lengd hringföldunarinnar er valin  $N$ , er tekið hlutmerki úr innmerkinu að lengd  $N$ . Byrjunarpunktur hvers hlutmerkis er látinn detta aftur um  $M$  stök svo að hlutmerkin skarast um  $N - M$  punkta.

Impúlssvörunin er núllfyllt frá lengdinni  $L$  upp í  $N$  og  $N$  punkta hringföldun er framkvæmd með  $N$  punkta FFT. Svo er hugmyndin um að „hafna“ lélegum punktum notuð til þess að finna  $M = N - L + 1$  góða punkta úr hverri vörpun. Þessir  $M$  punktar er svo settir í útmerkið.

- (a) Nú eigum við að skrifa MATLAB fall til þess að útfæra *overlap-save* aðferðina. Við eigum að tilgriena annað hvort fjölda góðra punkta  $M$  eða punktafjölda hringföldunarinnar  $N$ . Yfirleitt er betra að nota  $N$  þar sem það er yfirleitt valið sem veldi af 2 vegna FFT algóritmans. Svo eigum við að bera fallið saman við `conv` til þess að sannreyna að útkoman sé rétt.

- (b) Að lokum eigum við að bera saman *overlap-add*, *overlap-save* og `conv`, fyrir impúlssvörun með  $L=10,20,50$  og innmerki að lengd 1000 og FFT-lengd 128.

## 3.2 Lausn

- (a) Það er greinilegt að í for-lykkjunni hoppum við um  $M$  stök við hverja keyrslu. Hins vegar þegar útmerkið er vistað í lok forlykkjunnar er lengd vigursins sem er vistaður inn í útmerkið hverju sinni  $N_{fft}$ . Þarna verður því skörunin sem verið er að tala um.
- (b) Ég skrifaði fallið overlappadd. Inntökin eru langur vigur, impúlssvörun og FFT lengdin.

---

```
1 function y = overlappadd(g, h, FFTN)
2 % OVERLAPADD(g,h,FFTN)
3 %   g = langt innmerki
4 %   h = impulssvörun
5 %   FFTN = fjöldi punkta í FFT vorpun
6
7 % Error check
8 if (length(g)<length(h))
9     error('The length of g must be greater than that of h');
10 end
11
12 N_g=length(g);
13 N=length(h);
14 % Finnum lengd hlutmerkjanna
15 M=FFTN-N+1;
16 % Lengd foldunarinnar í lokin
17 N_conv = N_g+N-1;
18 if (M<=0)
19     error('Choose a higher number of points for the FFT');
20 end
21
22 % fjöldi hlutmerkja
23 noSubs=ceil(N_g/M);
24 % auka null
25 extra = M*noSubs-N_g;
26
27 % finnum DFT af h einu sinni
28 Hk=fft(h,FFTN);
29
30 % nullfyllum g svo það pass við stærð hlutmerkja
31 g = [g zeros(1,extra)];
32 N_gz = length(g);
33 y=zeros(1,N_conv+extra);
34 for ix=1:M:N_gz
35     % Tokum fft af hlutmerki og punktmargfoldum við Hk
36     % tokum svo ifft af því og geymu í utmerkinu
37     TMP = [];
38     TMP = ifft(fft(g(ix:1:ix+M-1),FFTN).*Hk,FFTN);
39     y(ix:1:ix+FFTN-1)=y(ix:1:ix+FFTN-1) + TMP;
40 end
41 y=y(1:N_conv);
```

---

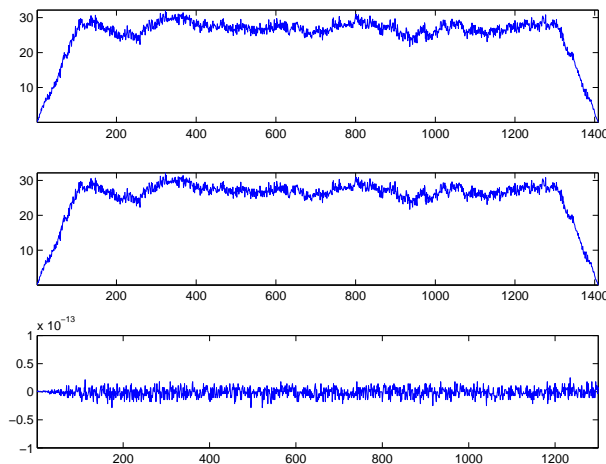
- (c) Ég prófaði fallið fyrir nokkur gildi. Fyrir stutt innmerki var munurinn ekki teljanlegur. Niðurstöður mælinga má sjá í töflu 1. Sjáum af töflunni að eftir

Tafla 1: Niðurstöður mælinga

<b>Kennistærðir</b>	$L_x = 100.000, L_h = 1.000, L_{fft} = 2.048$
overlapadd	0.134935 sek
conv	0.475840 sek
<b>Kennistærðir</b>	$L_x = 1.000.000, L_h = 1.000, L_{fft} = 2.048$
overlapadd	0.462141 sek
conv	3.858981 sek
<b>Kennistærðir</b>	$L_x = 1.000.000, L_h = 1.000, L_{fft} = 4.096$
overlapadd	0.498715 sek
conv	3.852828 sek
<b>Kennistærðir</b>	$L_x = 1.000.000, L_h = 2.000, L_{fft} = 8.192$
overlapadd	0.786996 sek
conv	7.632757 sek
<b>Kennistærðir</b>	$L_x = 10.000.000, L_h = 10.000, L_{fft} = 2^{17}$
overlapadd	4.390764 sek
conv	417.303339 sek

því sem lengd vigranna stækkar, eykst munurinn á föllunum tveimur. Ef overlap-add tekur of langan tíma má reyna að auka núllfyllingu með því að tilgreina fleiri punkta í DFT vörpunina.

Á mynd 8 sjáum við svo samanburð á földun með föllunum tveimur. Efst er overlapadd, í miðjunni er conv, og neðst er mismunur þessara tveggja faldana. Hann er núll svo fallið okkar gefur gilda földun.



Mynd 8: Samanburður á földun með overlap-add annars vegar og conv hins vegar.

2. (a) Ég skrifaði fallið `overlapsave`. Inntökin eru langur vigur, impúlssvörun og FFT lengdin eins og áður.

---

```

1 function y = overlapsave(g, h, FFTN)
2 % OVERLAPSAVE(g,h,FFTN)
3 % g = langt innmerki
4 % h = impúlssvörun
5 % FFTN = fjöldi punkta i FFT vörpun

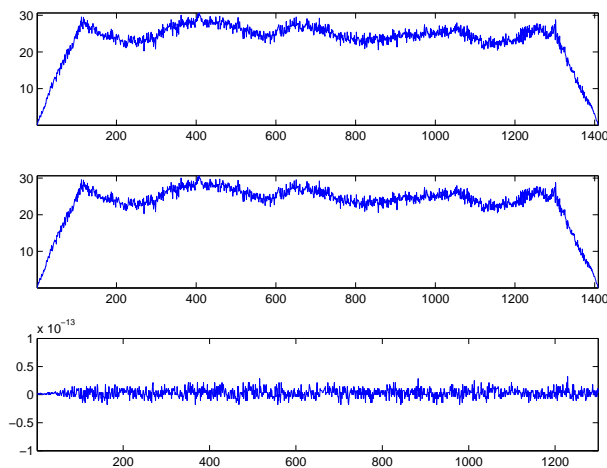
```

```

6
7 % Error check
8 if (length(g)<length(h))
9     error('The_length_of_g_must_be_greater_than_that_of_h');
10 end
11
12 N_g=length(g);
13 M=length(h);
14
15 % Nullfyllum g vigurinn
16 g=[zeros(1,M-1) g zeros(1,FFTN)];
17 N_gg=length(g);
18
19 % finnum DFT af h einu sinni
20 Hk=fft(h,FFTN);
21
22 % buum til utmerkid
23 y=[];
24 for ix=1:FFTN-M+1:N_g+M
25     % Tokum fft af hlutmerkjunum og foldum vid fft(h).
26     % tokum svo ifft af thvi og geymum i utmerkinu.
27     X_seg=fft(g(ix:ix+FFTN-1),FFTN);
28     TMP=ifft(X_seg.*Hk);
29     y=[y TMP(M:FFTN)];
30 end
31
32 % Thurfum ad fjarlaegja nullin sem vid settum inn
33 y=y(1:N_g+M-1);

```

Við sjáum á mynd 9 að það er hverfandi munur á niðurstöðu overlapsave og conv.



Mynd 9: Samanburður á földun með overlap-save annars vegar og conv hins vegar.

- (b) Hér var gerður samskonar samanburður og í a-lið hér að ofan. Niðurstöður má sjá í töflu 2.

Tafla 2: Niðurstöður mælinga

<b>Kennistærðir</b>	$L_x = 100.000, L_h = 1.000, L_{fft} = 2.048$
overlapadd	0.134935 sek
overlapsave	0.089309 sek
conv	0.386356 sek
<b>Kennistærðir</b>	$L_x = 1.000.000, L_h = 1.000, L_{fft} = 2.048$
overlapadd	0.462141 sek
overlapsave	8.655659 sek
conv	3.831207 sek
<b>Kennistærðir</b>	$L_x = 1.000.000, L_h = 1.000, L_{fft} = 4.096$
overlapadd	0.498715 sek
overlapsave	3.074330 sek
conv	3.842407 sek
<b>Kennistærðir</b>	$L_x = 1.000.000, L_h = 2.000, L_{fft} = 8.192$
overlapadd	0.786996 sek
overlapsave	1.671747 sek
conv	7.619287 sek
<b>Kennistærðir</b>	$L_x = 10.000.000, L_h = 10.000, L_{fft} = 2^{17}$
overlapadd	4.390764 sek
overlapsave	10.942351 sek
conv	418.054079 sek

Föllin mín eru talsvert hraðvirkari en `conv` í MATLAB, fyrir utan eitt skipti þar sem `overlap-save` klúðrar málunum. Ég veit ekki alveg af hverju þetta gerist, kannski hitti ég á óheppilegar tölur sem ollu því að fallið var lengur að keyra lykkjuna.

## A Matlab skrár

### A.1 extract.m

---

```
1 function y = extract( x, N_org )
2 % Fallið extract nær upprunalegu FFT út úr FFT af merki
3 % sem hefur verið lengt með núllum.
4 % Stikar eru FFT af lengda merkinu og lengd
5 % upprunalega merkisins.
6
7 N=length(x);
8 if(mod(N,2)==0)
9     i=1;
10    j=1;
11    while i<=N
12        y(j)=x(i);
13        i=i+N/N_org;
14        j=j+1;
15    end
16 else
17     j=(N_org+1)/2;
18     for k=(N+1)/2:-N/N_org:1
19         y(j) = x(k);
20         j=j-1;
21     end
22     j=(N_org+1)/2;
23     for k=(N+1)/2:N/N_org:N
24         y(j) = x(k);
25         j=j+1;
26     end
27 end
```

---

### A.2 circevod.m

---

```
1 function [xec, xoc] = circevod(x)
2 % signal decomposition into circular-even and circular-odd parts
3 % -----
4 % [xec, xoc] = circevod(x)
5 %
6 if any(imag(x) ~= 0)
7     error('x is not a real sequence')
8 end
9 N = length(x); n = 0:(N-1);
10 xec = 0.5*(x + x(mod(-n,N)+1));
11 xoc = 0.5*(x - x(mod(-n,N)+1));
```

---

### A.3 cshift.m

---

```
1 function y = cshift(x,s)
2 % Circular shift to the right by s indexes (if s positive)
3 % or circular shift to the left by s indexes (if s negative)
4
5 N=length(x);
6 if (s>N)
7     s=mod(s,N);
8 end
9 if(s<0)
10    s=mod(-s,N);
11 end
12 y=[x(N-s+1:N) x(1:N-s)];
```

---

### A.4 1. liður keyrsluskra: nr1.m

---

```
1 clear all
2 close all
3
4 % MOS reikniverkefni 1
5 % 1. liður
6
7 n = [0:15];
8 w0 = 2*pi/sqrt(17);
9
10 % Tokum FFT af nokkrum merkjum
11 % 16 punktar
12 x1 = sin(w0*n);
13 figure(1)
14     stem(n,x1);
15     xlabel('n')
16     ylabel('x_1[n]')
17 print -depsc rv1_1_1
18 Xk1 = fft(x1);
19
20 % 32 punktar (nullfyllum)
21 Xk2 = fft(x1,32);
22
23 % 64 punktar (nullfyllum)
24 Xk3 = fft(x1,64);
25
26 % 256 punktar (nullfyllum)
27 Xk4 = fft(x1,256);
28
29 % buum til stem/plot:
30 figure(2);
31     subplot(2,2,1);
32         stem(abs(Xk1));
33         axis([1 16 0 8]);
34         xlabel('k')
35         ylabel('X_{16}[k]')
36         title('N=16')
37     subplot(2,2,2);
38         stem(abs(Xk2));
```

```

39     axis([1 32 0 8]);
40     xlabel('k')
41     ylabel('X_{32}[k]')
42     title('N=32')
43     subplot(2,2,3);
44     stem(abs(Xk3));
45     axis([1 64 0 8]);
46     xlabel('k')
47     ylabel('X_{64}[k]')
48     title('N=64')
49     subplot(2,2,4);
50     plot(abs(Xk4), 'x');
51     axis([1 256 0 8]);
52     xlabel('k')
53     ylabel('X_{256}[k]')
54     title('N=256')
55     print -depsc rv1_1_2
56
57     %Testum adferd til ad na upprunalegu fft ur nullfylltu
58     i=1;
59     j=1;
60     while i<=256
61         test(j)=Xk4(i);
62         i=i+256/16;
63         j=j+1;
64     end
65
66     % bjo til forrit til ad testa thetta:
67     extracted1=abs(extract(Xk1,16));
68     extracted2=abs(extract(Xk2,16));
69     extracted3=abs(extract(Xk3,16));
70     extracted4=abs(extract(Xk4,16));
71
72     % berum svo saman a plotti:
73     figure(3)
74         subplot(1,5,1)
75             stem(extracted1);
76             axis([1 16 0 8]);
77             title('N=16')
78             xlabel('k')
79         subplot(1,5,2)
80             stem(extracted2);
81             axis([1 16 0 8]);
82             title('N=32')
83             xlabel('k')
84         subplot(1,5,3)
85             stem(extracted3);
86             axis([1 16 0 8]);
87             title('N=64')
88             xlabel('k')
89         subplot(1,5,4)
90             stem(extracted4);
91             axis([1 16 0 8]);
92             title('N=256')
93             xlabel('k')
94         subplot(1,5,5)

```

```

95     stem(abs(Xk1));
96     axis([1 16 0 8]);
97     title('Upprunalega_fallid')
98     xlabel('k')
99 print -depsc rv1_1_3

```

---

## A.5 2. liður keyrsluskrá: nr2.m

---

```

1  clear all
2  close all
3
4  % buum til raungilt og jafnstætt merki
5  % fyrst er index vigur:
6  n = [-10:10]; % lengdin er 21
7  N = length(n);
8  % svo merkid:
9  x1=10-abs(n);
10 % breyti merkinu í circular-even thvi annars virkar ekkert
11 [x1,xoc] = circevod(x1);
12 clear xoc
13
14 Xk1 = fftshift(fft(x1));
15
16 figure(1)
17     stem(n,x1);
18     xlabel('n')
19     ylabel('x_1[n]')
20 print -depsc rv1_2_1a
21     stem(n,Xk1);
22     xlabel('k');
23     ylabel('X_{k1}[k]')
24     axis([-10 10 -50 105])
25 print -depsc rv1_2_1b
26
27 figure(2)
28     % skodum thverthatt Xk1:
29     stem(imag(Xk1));
30     xlabel('k');
31     ylabel('\Im\{X_{k1}[n]\}')
32     axis([1 21 -6E-15 6E-15])
33 print -depsc rv1_2_2
34
35 % nullfyllum ad aftan thannig ad lengdin verði 63
36 Xk2 = fftshift(fft([x1 zeros(1,N*2)]));
37 figure(3)
38     stem(imag(Xk2));
39     xlabel('k');
40     ylabel('\Im\{X_{k2}[n]\}')
41 print -depsc rv1_2_3
42
43
44 % zero padding in the middle
45 x3 = zeropaditm(x1);
46 Xk3 = fftshift(fft(x3));

```

```

47 figure(4)
48     subplot(3,1,1)
49         stem(x3);
50         xlabel('n');
51         ylabel('x_3[n]');
52         axis([1 63 0 10])
53     subplot(3,1,2)
54         stem(real(Xk3));
55         xlabel('k');
56         ylabel('\Re\{X_{k3}[n]\}');
57         axis([1 63 -100 100])
58     subplot(3,1,3)
59         stem(imag(Xk3));
60         xlabel('k');
61         ylabel('\Im\{X_{k3}[n]\}');
62         axis([1 63 -1E-14 1E-14])
63 print -depsc rv1_2_4
64
65 % Athugum interpolation:
66 Xk4 = extract(Xk3,21);
67
68 figure(5)
69     subplot(1,2,1)
70         stem(n,Xk1)
71         ylabel('X_{k1}[n]');
72         xlabel('k');
73         title('N=21');
74         axis([-10 10 -50 105])
75     subplot(1,2,2)
76         stem(n,Xk4)
77         ylabel('X_{k4}[n]');
78         xlabel('k');
79         title('N=63');
80         axis([-10 10 -50 105])
81 print -depsc rv1_2_5
82
83
84 % synum svo med shift:
85 % eg skrifadi fallid cshift fyrir thetta
86 x5=cshift(x1,(N-1)/2); % shiftum 0.5*(N-1) stokum til haegri
87 x5=[x5 zeros(1,2*N)]; % baetum vid 2*N nullum
88 x5=cshift(x5,-(2*N+(N+1)/2)); % shiftum um 2*N+0.5*(N+1) stok til vinstri
89 figure(6)
90     stem(x5);
91     xlabel('n');
92     ylabel('x_5[n]');
93 print -depsc rv1_2_6
94
95 % profum zeropaditm2:
96
97 nn=[-10:9];
98 xx1=10-abs(nn);
99 xx2=zeropaditm2(xx1);
100 figure(7)
101     subplot(2,1,1)
102         stem(xx1);

```

```

103         xlabel('n')
104     subplot(2,1,2)
105         stem(xx2);
106         xlabel('n')
107     print -depsc rv1_2_7
108
109     Xf1=fft(xx1);
110     Xf2=fft(xx2);
111     Xf3=extract(Xf2,length(nn));
112
113     figure(8)
114         subplot(3,1,1)
115             stem(real(Xf1))
116             xlabel('k')
117         subplot(3,1,2)
118             stem(real(Xf2))
119             xlabel('k')
120         subplot(3,1,3)
121             stem(real(Xf3))
122             xlabel('k')
123     print -depsc rv1_2_8

```

---

## A.6 3. liður keyrsluskrá 1: nr3a.m

---

```

1 % Reikniverkefni 1
2 % 3.b Overlap-Add
3 % Sævar Öfjörð Magnússon
4
5 clear all
6 close all
7
8 % Fyrsta tilraun
9 disp('Fyrsta_tilraun:')
10 L1=1300;
11 L2=110;
12 Nfft=128;
13 g=rand(1,L1);
14 h=rand(1,L2);
15 tic
16 y1=overlapadd(g,h,Nfft);
17 toc
18 tic
19 y2=conv(g,h);
20 toc
21
22 min = min(y1);
23 max = max(y1);
24
25 figure(1)
26     subplot(3,1,1)
27         plot(y1)
28         axis([1 L1+L2-1 min max])
29     subplot(3,1,2)
30         plot(y2)

```

```

31         axis([1 L1+L2-1 min max])
32     subplot(3,1,3)
33     plot(y2-y1)
34     axis([1 L1 -1E-13 1E-13])
35
36     print -depsc rv1_3_1
37
38     % Önnur tilraun
39     disp('Önnur_tilraun:')
40     L1=100000;
41     L2=1000;
42     Nfft=2048;
43     g=rand(1,L1);
44     h=rand(1,L2);
45     tic
46     y1=overlapadd(g,h,Nfft);
47     toc
48     tic
49     y2=conv(g,h);
50     toc
51     % Þriðja tilraun
52     disp('Þriðja_tilraun:')
53     L1=1000000;
54     L2=1000;
55     Nfft=2048;
56     g=rand(1,L1);
57     h=rand(1,L2);
58     tic
59     y1=overlapadd(g,h,Nfft);
60     toc
61     tic
62     y2=conv(g,h);
63     toc
64     % Fjórtða tilraun
65     disp('Fjórtða_tilraun:')
66     L1=1000000;
67     L2=1000;
68     Nfft=4096;
69     g=rand(1,L1);
70     h=rand(1,L2);
71     tic
72     y1=overlapadd(g,h,Nfft);
73     toc
74     tic
75     y2=conv(g,h);
76     toc
77     % Fimmta tilraun
78     disp('Fimmta_tilraun:')
79     L1=1000000;
80     L2=2000;
81     Nfft=8192;
82     g=rand(1,L1);
83     h=rand(1,L2);
84     tic
85     y1=overlapadd(g,h,Nfft);
86     toc

```

```

87 tic
88 y2=conv(g,h);
89 toc
90 % Sjötta tilraun
91 disp('Sjötta_tilraun:')
92 L1=10000000;
93 L2=10000;
94 Nfft=2^17;
95 g=rand(1,L1);
96 h=rand(1,L2);
97 tic
98 y1=overlapadd(g,h,Nfft);
99 toc
100 tic
101 y2=conv(g,h);
102 toc

```

---

## A.7 3. liður keyrsluskrá 2: nr3b.m

---

```

1 % Reikniverkefni 1
2 % 3.c Overlap-Save
3 % Sævar Öfjörð Magnússon
4
5 clear all
6 close all
7
8 % Fyrsta tilraun
9 disp('Fyrsta_tilraun:')
10 L1=1300;
11 L2=110;
12 Nfft=128;
13 g=rand(1,L1);
14 h=rand(1,L2);
15 tic
16 y1=overlapsave(g,h,Nfft);
17 toc
18 tic
19 y2=conv(g,h);
20 toc
21
22 min = min(y1);
23 max = max(y1);
24
25 figure(1)
26 subplot(3,1,1)
27 plot(y1)
28 axis([1 L1+L2-1 min max])
29 subplot(3,1,2)
30 plot(y2)
31 axis([1 L1+L2-1 min max])
32 subplot(3,1,3)
33 plot(y2-y1)
34 axis([1 L1 -1E-13 1E-13])
35

```

```

36 print -depsc rv1_3_2
37
38 % Önnur tilraun
39 disp('Önnur_tilraun:')
40 L1=100000;
41 L2=1000;
42 Nfft=2048;
43 g=rand(1,L1);
44 h=rand(1,L2);
45 tic
46 y1=overlapsave(g,h,Nfft);
47 toc
48 tic
49 y2=conv(g,h);
50 toc
51 % Þriðja tilraun
52 disp('Þriðja_tilraun:')
53 L1=1000000;
54 L2=1000;
55 Nfft=2048;
56 g=rand(1,L1);
57 h=rand(1,L2);
58 tic
59 y1=overlapsave(g,h,Nfft);
60 toc
61 tic
62 y2=conv(g,h);
63 toc
64 % Fjórða tilraun
65 disp('Fjórða_tilraun:')
66 L1=1000000;
67 L2=1000;
68 Nfft=4096;
69 g=rand(1,L1);
70 h=rand(1,L2);
71 tic
72 y1=overlapsave(g,h,Nfft);
73 toc
74 tic
75 y2=conv(g,h);
76 toc
77 % Fimmta tilraun
78 disp('Fimmta_tilraun:')
79 L1=1000000;
80 L2=2000;
81 Nfft=8192;
82 g=rand(1,L1);
83 h=rand(1,L2);
84 tic
85 y1=overlapsave(g,h,Nfft);
86 toc
87 tic
88 y2=conv(g,h);
89 toc
90 % Sjötta tilraun
91 disp('Sjötta_tilraun:')

```

```
92 L1=10000000;  
93 L2=10000;  
94 Nfft=2^17;  
95 g=rand(1,L1);  
96 h=rand(1,L2);  
97 tic  
98 y1=overlapsave(g,h,Nfft);  
99 toc  
100 tic  
101 y2=conv(g,h);  
102 toc
```

---