



HÁSKÓLI ÍSLANDS

Brotstuðull og ljóshraði

Sævar Öfjörð Magnússon

11. apríl 2004

Efnisyfirlit

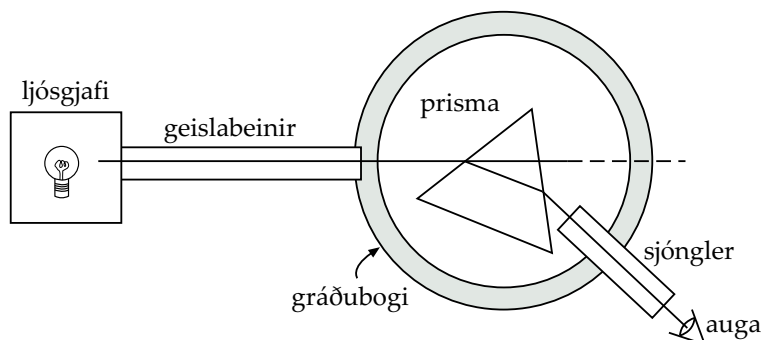
| | | |
|----------|--------------------------------------|-----------|
| 1 | Inngangur | 3 |
| 2 | Uppstilling tækja og áhalda | 3 |
| 3 | Fræði | 4 |
| 3.1 | Ljósbrof | 4 |
| 3.2 | Víxlmælir Michelsons | 5 |
| 3.2.1 | Mæling á bylgjulengd ljóss | 5 |
| 3.2.2 | Ljóshraði í lofti | 5 |
| 4 | Framkvæmd | 6 |
| 4.1 | Ljósbrof | 6 |
| 4.2 | Víxlmælir Michelsons | 6 |
| 4.2.1 | Mæling á bylgjulengd ljóss | 6 |
| 4.2.2 | Ljóshraði í lofti | 7 |
| 5 | Niðurstöður | 7 |
| 5.1 | Ljósbrof | 7 |
| 5.2 | Víxlmælir Michelsons | 8 |
| 5.2.1 | Mæling á bylgjulengd ljóss | 8 |
| 5.2.2 | Ljóshraði í lofti | 9 |
| 6 | Lokaorð | 11 |

1 Inngangur

Ljós hraðinn, c , er ein mikilvægasta eining í eðlisfræði nútímans. Það var danskur eðlisfræðingur, Ole Rømer, sem náði bestu mælingu fyrstur allra árið 1676. Útreikningar hans, sem byggðust á mælingum á snúning eins af tunglum Júpiter, gáfu að hraði ljóss væri 227.000km/s . Árið 1926 tókst Albert A. Michelson að mæla hraðann með meiri nákvæmni, eða 299.796km/s , með því að nota spegla sem staðsettir voru í mikilli fjarlægð hvor frá öðrum. Michelson er einnig þekktur fyrir að hafa smíðað víxlmæli sinn til þess að framkvæma hina frægu *Michelson-Morley* tilraun [2].

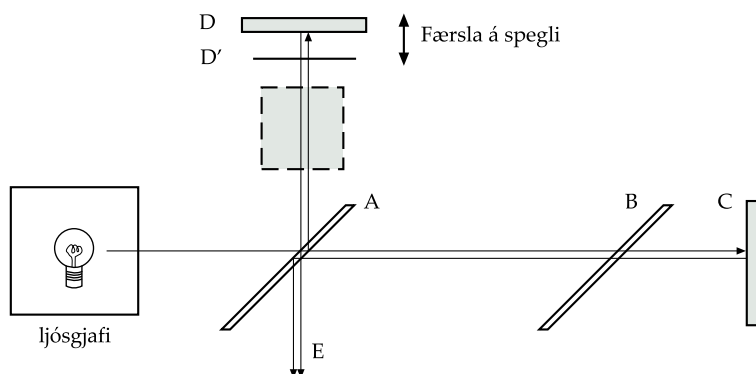
Ljós er í auknum mæli notað til mælinga og má sem dæmi nefna að í dag er skilgreining á metranum sú lengd sem ljós fer á ákveðnum tíma. Það segir sig sjálft að til þess að nota ljós til mælinga er nauðsynlegt að fræðin þar að baki séu góð. Þessi tilraun leitast við að staðfesta nokkur undirstöðuatriði ljósfræðinnar með athugunum.

2 Uppstilling tækja og áhalda



Mynd 1: *Goniometer*

Í fyrri lið tilraunarinnar var prisma komið fyrir á svokölluðum *goniometra* sem er hornamælir (sjá mynd 1) þannig að ljós frá kvikasílfurslampa brotnaði upp í nokkrar skærar litrófslínur og mátti sjá þær í sjónglerinu.



Mynd 2: *Víxlmælir að fyrirmynd Michelsons*

Í öðrum lið var bylgjulengd ljóss mæld með víxlmæli að fyrirmynd Michelsons (sjá

mynd 2). Þá er ljós látið fara tvær mismunandi vegalengdir þar til þær mætast í sjóngleri og hægt er að skoða víxlmyndir þeirra. Með míkroskrúfu var hægt að færa spegil D og breyta þannig vegalengd annars ljósgeislans. Á leið annars ljósgeislans var jafnframt komið fyrir hylki sem hægt var að fylla með bæði lofti og koltvíldi (CO_2). Lengd þess var gefin sem $L = (50,0 \pm 0,5)$ mm.

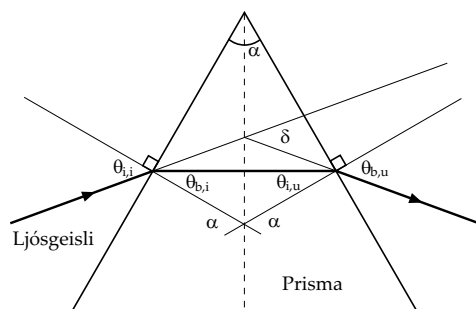
3 Fræði

3.1 Ljósbrott

Ljósbrott kemur fram þegar ljósgeisli fer úr einu efni í annað. Lögmál Snell's lýsir þessu fyrirbæri;

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \tag{1}$$

þar sem n_i eru brottstuðlar efnanna og θ_i eru stefnuhorn geislanna miðað við þverlínu á skilflöt efnanna.

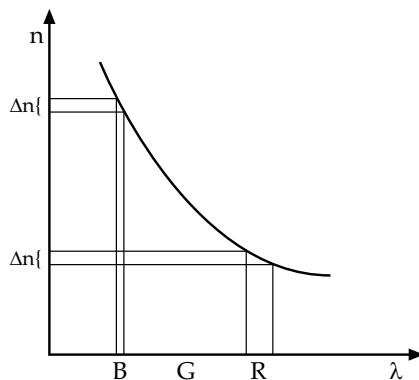


Mismunandi bylgjulengdir hafa mismunandi brottstuðla svo við ljósbrott verður ólík dreifing í stefnur hinna mismunandi bylgjulengda. Með prisma má ýkja þessi áhrif. Almennu eru vensl milli δ og n flókið samband innfallshorns, útfallshorns og topphorns α . Þegar inn- og útfallshorn ljósgeisla í prisma eru hins vegar jafnstór verður heildarvik ljósgeislans í prismunni minnst. Þá má enn fremur fá að brottstuðull prisma með topphorn α er

Mynd 3: Prisma. Innfalls- og útfallshorn ljósgeislans eru jafnstór.

$$n = \frac{\sin \frac{\alpha + \delta}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} \tag{2}$$

Við sjáum að venslin milli n , δ og α hafa einfaldast mjög með því að láta geislaganginn verða samhverfan um miðlínu gegnum topphorn prisma (mynd 3).



Mynd 4: Mismunur á greinigæðum í rauðu og bláu ljósi.

Við sjáum einnig af mynd 4 að

$$\Delta n = \frac{dn}{d\lambda} \cdot \Delta\lambda \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{\Delta n}{dn/d\lambda} \quad (3)$$

en þannig má meta með hve mikilli nákvæmni megi mæla bylgjulengdir í rauðu ljósi annars vegar og bláu hins vegar. 

3.2 Víxlmælir Michelsons

3.2.1 Mæling á bylgjulengd ljóss

Einn spegill mælisins er hreyfanlegur og má færa hann til með míkroskrúfu, en færsla spegils er $1/5$ af færslu míkroskrúfunnar. Færslu spegils z má lýsa með jöfnunni

$$z = gx - \Delta \quad (4)$$

þar sem x er færsla míkroskrúfu, $g = 1/5 \pm 1\%$ og Δ er bakslag í gengjum míkroskrúfu. Með því að snúa skrufunni ávallt í sömu átt má lágmarka bakslagið og verður sambandið þá

$$z = gx \quad (5)$$

Þegar hreyfanlegi spegill víxlmælisins er færður örlítið til hliðrast víxlmynstrið. Með því að hnika speglinum um hálfu bylgjulengd ljóssins, $\lambda/2$, breytist vegalengdin sem ljósið fer um heila bylgjulengd alls og því hliðrast víxlmynstrið um sem svarar einni lotu mynstursins. Valdi færsla míkromælisins, x , hliðrun um m lotur víxlmynstursins fæst jafnan

$$z = m \frac{\lambda}{2} \quad (6)$$

3.2.2 Ljóshraði í lofti

Í þessum hluta tilraunarinnar er hylki komið fyrir á milli A og D (sjá mynd 2). Látum L vera lengd hylkisins. Þá fáum við að $2L = m\lambda \Rightarrow m = 2L/\lambda$ og við diffrum til þess að fá

$$dm = \frac{-2L}{\lambda^2} dL \quad (7)$$

Nú látum við n vera brotstuðul, $\lambda_0 c$ ljóshraða í lofttæmi og λv ljóshraða í efni. Við vitum að

$$n = \frac{c}{v} = \frac{\lambda_0}{\lambda} \quad (8)$$

og diffrum þessa jöfnu einnig til þess að fá

$$dn = \frac{-\lambda_0}{\lambda^2} d\lambda \quad (9)$$

Við tökum saman jöfnur 7 og 9 og fáum

$$dm = \frac{2L}{\lambda_0} dn \quad (10)$$

Við leggjum fram þá tilgátu að samband á milli fjölda ráka og þrýstingsbreytingar í gashylkinu sé línulegt og sameinum það við jöfnu 10:

$$dm = k dp \quad \Rightarrow \quad dn = \frac{k\lambda_0}{2L} dp \quad (11)$$

Heildum þessa niðurstöðu

$$\int_1^n dn = \frac{k\lambda_0}{2L} \int_0^p dp$$

$$n - 1 = \frac{k\lambda_0}{2L} p$$

og fáum samband milli þrýstings í hólfinu og brotstuðuls gassins:

$$n = 1 + \frac{k\lambda_0}{2L} p \quad (12)$$



4 Framkvæmd

4.1 Ljósbrott

Í þessum hluta tilraunarinnar var markmiðið að mæla ljóshraða í gleri og vökva sem hlutfall af c og kanna hvort og hvernig hraðinn breytist með bylgjulengd ljóssins. Ljós frá lampanum var látið falla á rauf og ferðaðist það eftir geislabeini að prismunni þar sem það klofnaði í frumþætti sína og mátti sjá þá í sjónglerinu. Fyrst var hornamælirinn upphafsstilltur án prismu þannig að vikhornið δ_0 væri sem minnst. Því næst var prismunni komið fyrir á snúningsborði og fyrir hverja litrófslínu var því snúið þannig að vikhorn hennar væri sem minnst. Þá var vikhornið lesið af hornamælinum í gráðum og mínútum (athugið að 1 gráða = ein mínúta). Þetta ferli var endurtekið fyrir vökvaprismu. Í því tilfalli var erfiðara að greina litrófslínur svo punktastafnið varð minna. Með þessum gögnum var hægt að reikna brotstuðul n fyrir litrófslínurnar út frá jöfnu 2 og gera graf af n sem fall af λ , bylgjulengd, fyrir hvora prismu um sig. Nú mátti einnig líta á $n - \lambda$ grafið sem kvörðunarferil til litrófsgreiningu óþekkts ljósgjafa. Lagt var mat á með hve mikilli nákvæmni mætti mæla bylgjulengdir nærri 400 og 600 nm með glerprismanu.

4.2 Víxlmælir Michelsons

Í þessum seinni hluta tilraunarinnar átti að nota víxlmæli Michelsons til þess að ákvarða bylgjulengd ljóss og ljóshraða í lofti og koltvíldi.

4.2.1 Mæling á bylgjulengd ljóss

Mynd 2 er afstöðumynd af víxlmælinum. Ljós fer frá ljósgjafa annars vegar leiðina ADE og hins vegar ABCDE. Þegar horft er á geislana í punkti E koma þeir fram sem styrkjandi og eyðandi víxl. Eins og minnst var á í fræðakaflanum færast rákirnar yfir sjónarsviðið í punkti E vegna breytinga á fasamun milli ljósgeislanna. Með því að telja

ákveðinn fjöldi ráka og lesa af míkrómælinum mátti sjá hversu mikla færslu þurfti til að ná þeim rákafjölda. Byrjað var á því að telja 100 rákir, því næst 80, svo 60 o.s.frv. og alltaf var lesið af míkrómælinum. Þessi aðferð við að mæla færsluna lágmarkar óvissu í færslu í stað þess að hlaða henni upp. Þessi gögn mátti síðan nota til þess að búa til graf af ferlinum $M(z)$. Jafna 6 segir okkur að hallatala slíks grafs sé $\lambda/2$.



4.2.2 Ljósbraði í lofti

Því næst var mælingin endurtekin tvisvar, með tveimur gastegundum í hólfinu sem staðsett var á milli A og D. Markmiðið með þessum þætti var að finna brotstuðul hvors gass fyrir sig. Í fræðakaflanum var sett fram sú tilgáta að brotstuðull breytist línulega með breytingu á þrýstingi í hólfinu. Jöfnu 12 má nota til þess að gera graf af n sem fall af p , þrýstingi, fyrir hvort gas fyrir sig. Ef sambandið er línulegt ættum við að geta fundið stuðulinn k úr jöfnu 11 með því að finna hallatölu grafsins. Þar sem brotstuðull er einingalaus ætti k að hafa eininguna $mmHg^{-1}$. Með því að setja þessa k -stuðla inn í jöfnu 12 getum við því að lokum fundið brotstuðul hvors gass fyrir sig.



5 Niðurstöður

5.1 Ljósbrott

Stærðir notaðar við útreikninga:

$$\begin{aligned}\delta_0 &= 127^\circ 08' \pm 1' = (127, 1 \pm 0, 2)^\circ \\ \alpha &= 60^\circ 00' \pm 1' = (60, 0 \pm 0, 2)^\circ\end{aligned}$$

Óvissa í brotstuðlinum n var fundin með diffuróvissu afleidda af jöfnu 2:

$$\Delta n = \frac{\sin\left(\frac{\alpha+\delta}{2}\right) \Delta\alpha + \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha+\delta}{2}\right) \Delta\delta}{2 \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

Myndir 5 og 6 sýna niðurstöður mælinga fyrir glerprismu annars vegar og vökva-prismu hins vegar. Nú er ljósbraði skilgreindur sem

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

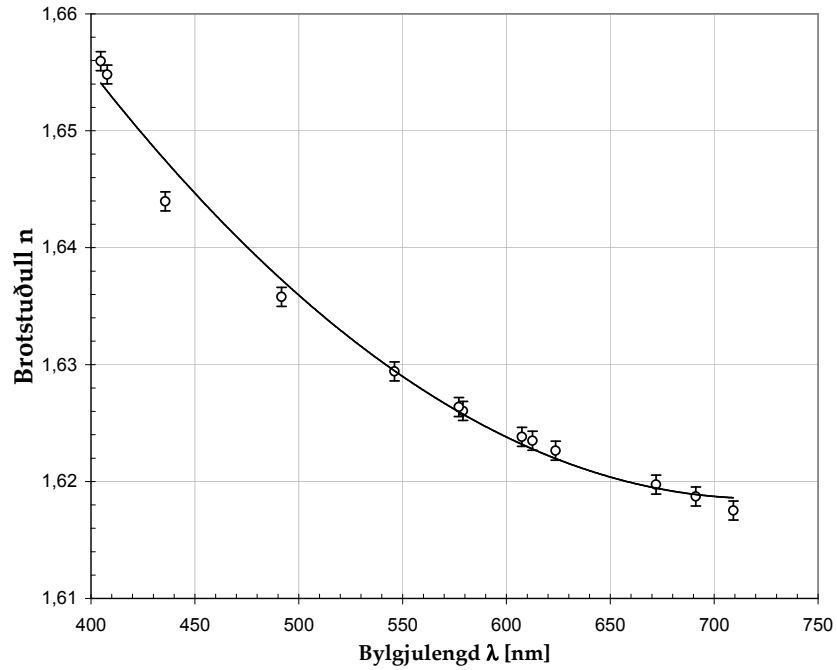
þar sem $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} H/m$ og $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} F/m$. Ljósbraði í efni er þá skilgreindur með jöfnunni

$$v = \frac{c}{n} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0} n}$$

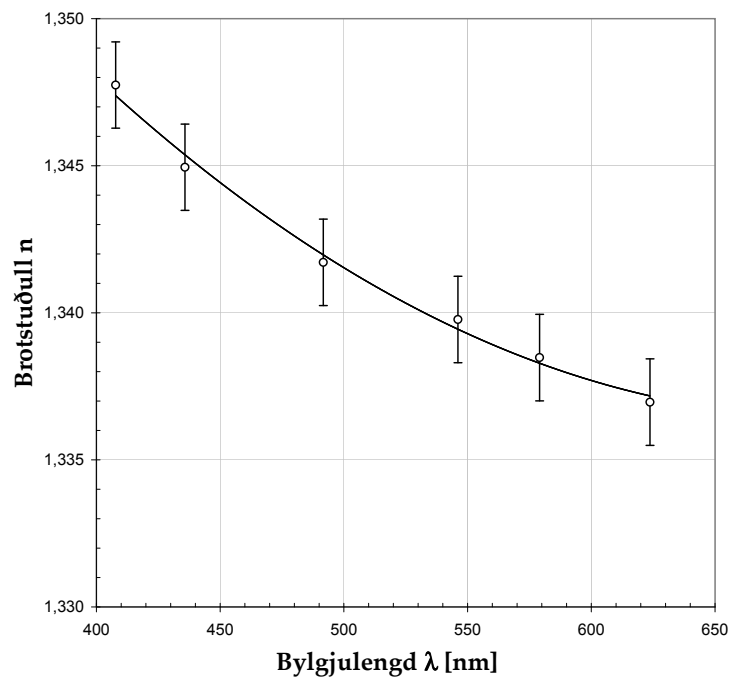
Hraðmunur tveggja bylgjulengda byggist á ólíkum brotstuðlum sem bylgjulengdirnar gefa. Því er $\Delta v = v_{\text{rautt}} - v_{\text{fjólublátt}}$. Útreikningar gefa okkur hraðmun bæði í gleri og vökva:

$$\begin{aligned}\Delta v_{\text{gler}} &= 3,59 \cdot 10^6 m/s \\ \Delta v_{\text{vökvi}} &= 1,79 \cdot 10^6 m/s\end{aligned}$$





Mynd 5: Brotstuðull n sem fall af λ í glerprisma.

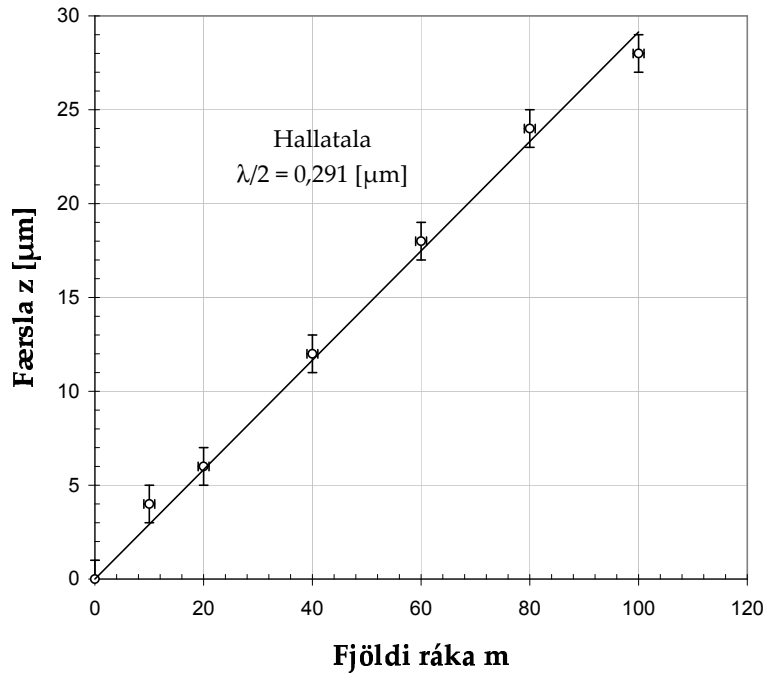


Mynd 6: Brotstuðull n sem fall af λ í vökvaprisma.

5.2 Víxlmælir Michelsons

5.2.1 Mæling á bylgjulengd ljóss

Mynd 7 sýnir okkur hallatölu bestu línu sem gefur $\lambda/2 = (290 \pm 20) \text{ nm}$. Hér var óvissa fundin með „verstu“ hallatölum og deilt í hana með tveimur. Bylgjulengd ljóssins var

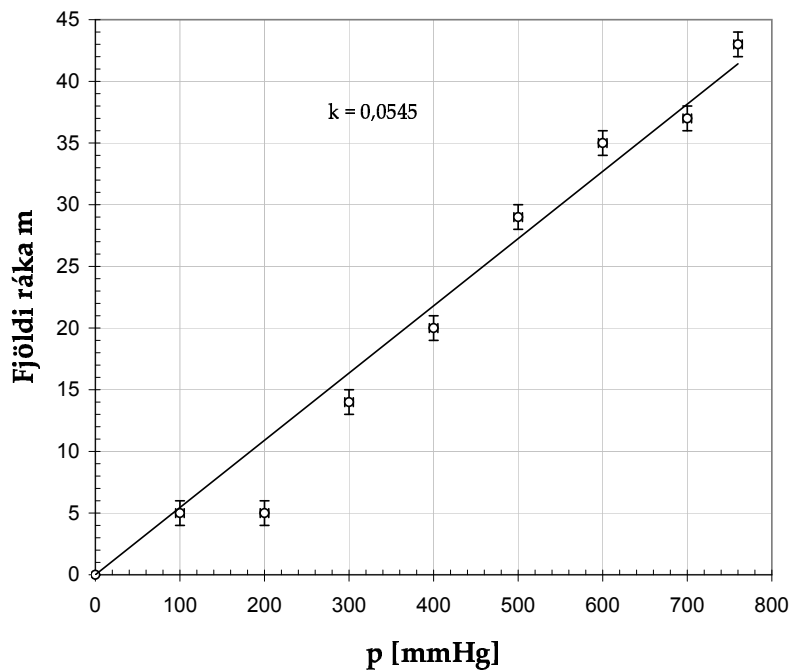


Mynd 7: Færsla z sem fall af fjölda ráka m .

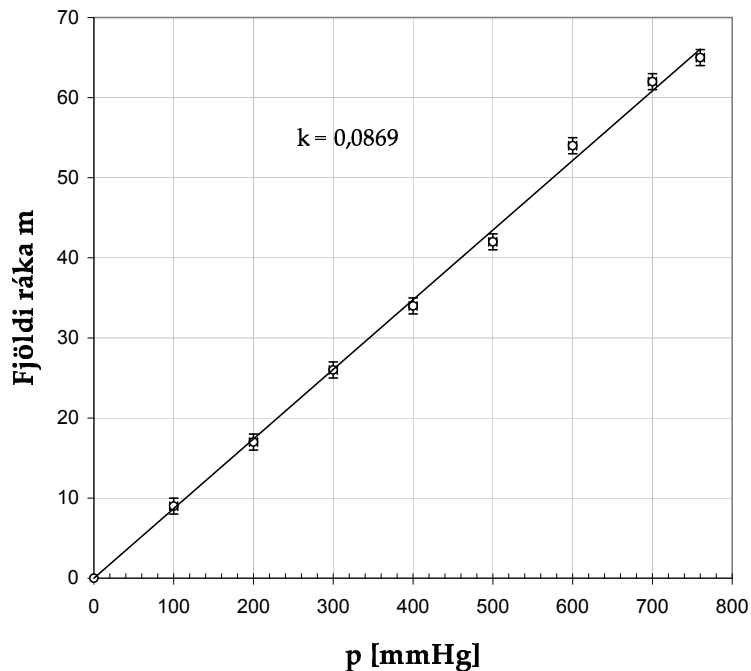
Því $\lambda = (580 \pm 40) \text{ nm}$. Uppgefin bylgjulengd var $\lambda = 546,7 \text{ nm}$ svo mælingarnar stemma þó deila megi um hvort svo mikil óvissa gefi nákvæma niðurstöðu.



5.2.2 Ljósraði í lofti



Mynd 8: Fjöldi ráka m sem fall af þrýstingi p í andrúmslofti.



Mynd 9: Fjöldi ráka m sem fall af þrýstingi p í koltvíldi (CO_2).

Myndir 8 og 9 sýna nokkuð glögglega að það er í reynd línulegt samband milli brotstuðuls og þrýstings í báðum gastegundum. Hallatölur grafanna gefa okkur k -stuðulinn sem gerir okkur kleift að reikna brotstuðul gastegundanna út frá jöfnu 12. Mælingar okkar gáfu

$$k_{loft} = (0,0550 \pm 0,001) \text{ mmHg}^{-1}$$

$$k_{CO_2} = (0,0870 \pm 0,001) \text{ mmHg}^{-1}$$

og þar af leiðandi:

$$n_{loft} = 1,00024 \pm 0,00001$$

$$n_{CO_2} = 1,00038 \pm 0,00002$$



Raunveruleg gildi á þessum stærðum eru

$$n_{loft} = 1,00023$$

$$n_{CO_2} = 1,00038$$

svo mælingin gaf góðar niðurstöður. Einnig sjáum við að ljós nær næstum því ljóshraða c í andrúmslofti en hraðinn er minni í koltvíldi (og að sjálfsögðu minni en í lofttæmi).



6 Lokaorð

Að þessari tilraun lokinni höfum við séð að ýmsa grunnþætti ljósfræði tengdri ljóshraða má sannreyna með einföldum athugunum. Við áttum okkur á því að rautt ljós ferðast í raun hraðar en blátt ljós. Ennfremur er gler mun hentugra efni til litrófsgreiningar en vökvi þar sem brotstuðull þess er hærri og óvissa bylgjulengdarmælinga því minni, jafnvel fyrir langar bylgjulengdir. Þetta er nátengt því að hraðamunur ljósgeisla með mismunandi bylgjulengd er meiri í gleri en vatni. Meiri hraðamunur veldur meiri tvístrun í ljósbrotinu og því fáum við nákvæmari brotstuðulsgögn. Eini gallinn er sá að því meiri bylgjulengd á ljósgeislanum, því meiri óvissa á litrófsgreiningunni.

Við sáum að víxlmæli má nota til að mæla bylgjulengd ljóss, þó af takmarkaðri nákvæmni. En við sannreyndum líka ágætlega þá tilgátu sem sett var fram að brotstuðull gass eykst línulega með hækkandi þrýstingi. Þetta má sjá á gröfum 8 og 9. Að sjálfsögðu eru frávik en þau virðast þó vera talsvert meiri í andrúmslofti.

11. apríl, 2005.

Sævar Öfjörð Magnússon



Heimildir

- [1] Ari Ólafsson. 2000. *Vinnuseðlar í eðlisfræði II*. Háskóli Íslands, Raunvísindadeild. Reykjavík.
- [2] [Höfundur ókunnur]. Heimsótt 8.4.2004. *Michelson-Morley experiment*. [http://en.wikipedia.org/wiki/Michelson-Morley_experiment]. Wikipedia, frjálsa alfræðiorðabókin.
- [3] [Höfundur ókunnur]. Heimsótt 8.4.2004. *Speed of Light*. [<http://en.wikipedia.org/wiki/Lightspeed>]. Wikipedia, frjálsa alfræðiorðabókin.
- [4] Young, Hugh D.; Freedman, Roger A. 2004. *University Physics with modern physics, 11th Edition*. Addison Wesley. San Fransisco, BNA.